



MNPEF Mestrado Nacional
Profissional em
Ensino de Física

Universidade Regional do Cariri

MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA
POLO 31

Edson Florindo Rabelo Ido

PRODUTO EDUCACIONAL

PRINCÍPIOS DA MECÂNICA QUÂNTICA:
Uma proposta de sistematização conceitual para o ensino Básico

Juazeiro do Norte - CE
2025

Edson Florindo Rabelo Ido

PRINCÍPIOS DA MECÂNICA QUÂNTICA:
Uma proposta de sistematização conceitual para o ensino Básico

Este produto educacional é parte integrante da dissertação: **Conhecimento construído historicamente, em comunidade e no indivíduo:** Uma proposta de texto de apoio para introdução à Mecânica Quântica no ensino básico articulando conceitos das teorias de Kuhn e Vigotski., desenvolvida no âmbito do Programa de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, polo 31 – URCA, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Dr. Wilson Hugo Cavalcante Freire

Juazeiro do Norte - CE
2025

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos colegas e professores do MNPEF Polo 31. Em especial ao orientador deste trabalho que além de orientação compartilhou comigo longas conversas que me motivam e inspiram a estudar física.

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – código de financiamento 001.

Sumário

Princípios da Mecânica Quântica: Uma proposta conceitual visando alunos dos últimos anos do ensino básico.	5
1 – Princípio Quântico.....	12
2. Princípios Probabilístico e da Incerteza	22
3 Experimentos SG Sequenciais.....	28
4 Considerações Finais	31
APÊNDICE A – Observação de Resultados Experimentais simulados e Construção de Modelos Interpretativos dos Experimentos Stern-Gerlach Sequenciais.....	33
REFERÊNCIAS	39

Princípios da Mecânica Quântica: Uma proposta conceitual visando alunos dos últimos anos do ensino básico.

INTRODUÇÃO

A Mecânica Quântica (MQ) é uma teoria científica de imenso sucesso do ponto de vista de sua capacidade de produzir novas tecnologias e explicar resultados de sistemas em escala atômica. O formalismo matemático desenvolvido nas primeiras décadas do século XX aumentou nossa compreensão da estrutura da matéria e, conseqüentemente, nossa capacidade de modificar a natureza para nossos interesses. Guido Beck (1903-1988) afirmou, em 1945, que teorias físicas pretendem nos fornecer uma imagem de fenômenos físicos em um certo domínio. Os físicos estão mais acostumados a lidar com esta imagem do que com todos os fenômenos que ela possa representar e, finalmente, Beck afirma que foi na teoria quântica que pela primeira vez foi necessário separar formalismo matemático e representação (imagem) física (BECK, 2022). O que entendemos é que a falta de uma imagem bem definida da MQ seja responsável por suas diversas interpretações. Há pelo menos quatro interpretações básicas para a MQ (PESSOA Jr. 2019) o que cria uma dificuldade adicional para o ensino de física, já que não se pode apresentar uma imagem única fora do formalismo matemático.

Isto posto, faz-se necessário um posicionamento honesto de nossa parte ao nos propor a ensinar MQ sobre qual interpretação utilizar. A interpretação de Copenhague ligada ao grupo de cientistas e relacionada ao princípio da complementaridade de Niels Bohr é a mais aceita entre os físicos, ou pelo menos é a ensinada na maioria dos livros-texto que instrui os estudantes de Física e será a adotada por nós. Talvez isso desaponte alguns autores de ensino de física, mas o motivo não é apenas por ser a interpretação mais aceita. Não se trata de aceitar o *status quo*, temos motivações ligadas ao objetivo do nosso trabalho que é de passar ao estudante do ensino básico do que se trata e quais princípios regem a MQ. O formalismo matemático da MQ em termos de postulados ligados a uma álgebra não-comutativa contém a parte operacional da mesma, embora deixe questões em aberto, como uma explicação para o colapso da função de onda (o problema da medida). A complementaridade de Bohr nos permite uma representação dos fenômenos associada à como o experimento foi construído e, a partir do conhecimento deste experimento, atribuir estados de acordo com a construção experimental. Desta forma, evita-se discussões

sobre a realidade da função de onda antes que se entenda como um sistema quântico funciona. O estado é uma representação de potencialidades e só passa a ter significado físico mensurável quando associado matematicamente a um operador de uma grandeza física observável. A ideia é não atribuir realidade ontológica às ondas ou partículas. A dualidade onda-partícula se transforma no problema de se representar o estado do objeto quântico com uma função de onda colapsada ou não. Na verdade, ao desenvolver uma explicação de experimentos de Stern-Gerlach sequenciais usando o princípio da incerteza adaptado para nosso texto, a questão da dualidade sequer surge. Isto é proposital para evitar discussões que normalmente parecem se tratar de uma mudança de natureza do objeto quântico e não uma mudança de arranjo experimental com características complementares.

Pessoa Jr. (2019), ao discutir qual seria a essência da Física Quântica (FQ), aponta 9 formas de diferenciá-la da Física Clássica (FC). A primeira trata sobre o nome quântico que deriva de quantidades discretas como o *quantum* de energia. A presença de quantidades discretas em si não era novidade para a Física nos anos 1920 (quantização da carga, por exemplo), o que talvez caracterize melhor a MQ e a adjetive, sejam os processos descontínuos, também citado pelo autor. Este também cita o caráter probabilístico e o princípio da superposição. Embora num contexto quântico esses dois pontos tenham diferenças essenciais da FC, a questão probabilística já aparecia na mecânica estatística e podemos ver superposição na descrição de ondas e até mesmo de partículas onde o vetor posição, por exemplo, é uma superposição de vetores unitários convenientemente escolhidos. Das outras formas possíveis de diferenciação entre FQ e FC descritas pelo autor, o papel do observador também poderia ser encontrado na FC, mas numa forma que dificilmente se faça paralelo, mesmo que matemático, com a FQ, pois nesta o que é chamado de observador está ligado ao problema da medida que modifica de forma essencial a descrição do fenômeno quântico. Para nós, o que vai caracterizar bem a MQ é o papel essencial da constante de Planck (h) cujo valor coloca uma escala onde os fenômenos quânticos devem ser considerados, os efeitos quânticos individuais e o “Princípio da Incerteza” que nos ajudará a compreender como duas grandezas físicas observáveis guardam uma relação essencial (característica da natureza quântica do fenômeno) que impede o conhecimento preciso das duas ao mesmo tempo.

Dado que este texto de apoio se destina ao ensino básico, utilizamos o termo “princípio” de uma forma livre, indicando tratar-se de conceitos básicos para o

funcionamento dos fenômenos quânticos. O termo postulado foi evitado por buscarmos uma abordagem histórico-conceitual e não muito formal do ponto de vista matemático. Os “postulados da mecânica quântica” podem ser encontrados em diversos livros-texto do ensino superior e sua linguagem matemática é inacessível ao ensino básico. O caso mais evidente dessa nossa escolha está já no primeiro princípio (Princípio Quântico) que pode ser imediatamente identificado com o “Postulado Quântico” de Bohr (v. Pessoa Jr., 2019, cap XIII).

Nossa apresentação aqui se dará utilizando o experimento de Stern-Gerlach para um sistema de dois estados. Conforme Sakurai (2013), este experimento explicita a “maneira quântica de pensar” ou, como preferimos dizer, deixa escancarado como um fenômeno quântico se comporta, como sua mecânica é descrita. Propomos uma apresentação da MQ para o ensino básico resumida em três princípios básicos e três regras de representação matemática. Apenas o primeiro princípio (quântico) terá uma justificativa mais histórica da origem do uso da constante de Planck, os demais serão apresentados com base na análise do experimento de Stern-Gerlach (ESG) e ESG sequenciais. Esperamos, dentro das possibilidades de uma sala de aula real, passar uma visão estruturada da MQ.

METODOLOGIA E SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Vigotski (2009) mostra a importância da interação dialética entre conceitos espontâneos e científicos para a criança modificando àqueles qualitativamente. Os conceitos científicos têm como características serem sistematizados, conscientizados e permitirem uma ampliação de referentes para o indivíduo e pretendemos usar essas características na nossa sequência. Kuhn (2018), por sua vez, descreve ciência normal como aquela que trabalha na atualização e articulação de um novo paradigma, este no sentido de “matriz disciplinar” ou “exemplos compartilhados”. Entendemos que as características do conhecimento científico das quais Vigotski fala, dizem respeito não a momentos de rupturas ou mudança de paradigma onde uma comunidade científica se divide em interpretações e discussões sobre o significado de seus próprios conceitos, mas à prática da ciência normal. Por tudo isso, tivemos que desenvolver uma proposta de sistematização dos conceitos da MQ que julgamos acessível ao aluno dos últimos anos do ensino básico. Do ponto de vista da metodologia e construção da nossa sequência, essa sistematização tenta impedir que a introdução histórica se desconecte da estrutura conceitual mais atual do tema.

A nossa sequência então, que chamaremos de **LFE** (em homenagem aos meus filhos Levi, Felipe e Elisa) ficou dividida em três etapas:

1 – LER: É a etapa de contextualização histórica e envolve a leitura de trechos dos trabalhos originais discutidos com o professor. Para não haver desconexão com a estrutura conceitual mantendo assim a sistematização do tema, o “Princípio Quântico” é exposto antes da discussão histórica dos trabalhos de Planck (1900), Einstein (1905) e Bohr (1913). Desta forma, se entende que essa discussão é a discussão da história do princípio quântico e não da mecânica quântica como um todo. Uma solução que encontramos para evitar que se confunda esse período inicial, conhecido como velha física quântica, com o conhecimento atual ao mesmo tempo que é possível discutir o processo histórico da formação de um conceito e até de uma nova área de pesquisa. Esta etapa foi dividida em duas aulas.

Aulas 1-3: Introdução Histórica ao Princípio Quântico.

Aula 1-2: Max Planck (1900) x Albert Einstein (1905): Visões diferentes na origem do quantum de ação

Nesta aula deve ser apresentada solução de Planck para o problema da distribuição de radiação do corpo negro e a explicação do efeito fotoelétrico de Einstein de forma sucinta. Detalhes sobre essas questões podem ser trabalhados, na disponibilidade de mais aulas. Enfatizamos em como Einstein e Planck tinham pelo menos até 1905 (EINSTEIN, 1906; ROSA, 2004), visões diferentes sobre o significado do uso do quantum de ação (constante de Planck) na física. A aula será expositiva e dialogada usando trechos dos artigos originais (traduzidos) de Planck (1900) e Einstein (1905) e comentários posteriores de acordo com o exposto no item 1.1 deste texto. O uso dos artigos originais permite ao aluno ter contato com a fala original dos famosos cientistas para, com a ajuda do professor (indivíduo mais capaz, segundo Vigotski), compreender que uma nova ideia, na ciência moderna, não nasce de uma hora para outra da iluminação de um indivíduo, mas é construída por uma comunidade de pessoas dedicadas a estudar o problema.

Aula 3:

Parte 1: Niels Bohr e o “átomo quântico”: Aceitação de princípios de quantização na descrição da natureza.

Ainda no caminho do estabelecimento histórico do Princípio Quântico, Apresentaremos a solução de Bohr para a instabilidade do modelo de átomo de Rutherford (1913) tentando acompanhar o desenvolvimento no uso da quantização para a solução de problemas atômicos conforme item 1.2. A metodologia é a mesma da aula 1 e também dá-se ênfase as questões históricas. Discutir com mais detalhes o chamado “Átomo de Bohr”, também é recomendável na disponibilidade de mais aulas.

Parte 2: História e descrição do experimento original de Stern-Gerlach (SG).

Nesta parte será apresentado o experimento original feito por Stern e Gerlach em 1922. Seu resultado é discutido em comparação com a expectativa clássica e relacionado ao trabalho de Bohr, item 1.3.

2 – FAZER: No sentido agora de ampliar os referentes para os conceitos dos estudantes, em uma aula, simularemos uma leitura dos resultados de experimentos Stern-Gerlach em sequência seguido da construção de modelos interpretativos (maquetes) desses resultados. Detalhes no anexo A.

Aula 4: Leitura de resultados e construção de modelos dos experimentos sequenciais com caixas de fósforos.

Nesta aula enfatizamos mais a interação social entre alunos, e entre alunos e professor. A proposta é criar um ambiente de laboratório onde o professor é o orientador e os estudantes terão o papel de interpretar os resultados em cartões (representando chapas ampliadas de uma suposta sequência de experimentos SG) construindo um modelo com caixas de fósforos conectadas com palitos de churrasco (sem pontas). Uma descrição detalhada das chapas e dos modelos está no anexo A. Para essa atividade, propõe-se a divisão em equipes com não mais que 6 estudantes responsáveis por ler e construir os modelos, também é importante estimular a divisão de tarefas. O objetivo principal aqui é familiarizar os estudantes com os experimentos sequenciais de uma forma mais leve já que a discussão do tema costuma ser muito desgastante intelectualmente.

3 – EXPLICAR: Esta é a etapa final e o objetivo principal é a interpretação dos experimentos SG em sequência, porém, por ser a culminância do trabalho, todas as características dos conceitos científicos devem ser enfatizadas. Sobre a sistematização, retoma-se a explicação do experimento SG apontando a quantização e agora as representações matemáticas. Sobre os referentes, relembra-se todos os fenômenos experimentais abordados enfatizando tanto a quantização quanto os fenômenos que a MQ descreve. Conscientização, é algo que já deve vir se construindo ao permitir que os conceitos sejam discutidos e questionados. Em especial, na última aula, deixamos que os estudantes arrisquem interpretações dos resultados dos experimentos sequenciais. Esta etapa ficou assim dividida:

Aula 5-6: Princípios da Mecânica Quântica: Uma explicação conceitual a partir dos resultados dos experimentos sequenciais SG.

Usando os modelos construídos pelos estudantes, passamos a discutir como seria a descrição daqueles resultados para uma única partícula. Neste momento são introduzidas as regras de representação e os outros dois princípios (estatístico e da incerteza). Detalhes importante de como propomos esta interpretação e as representações dos estados, estão nos tópicos 2 a 4. Esta aula é uma continuação da aula 3 e segue uma sequência que enfatiza uma característica da Física que é criar modelos teóricos para explicar resultados experimentais que não tenham uma explicação de teorias existentes. Aqui entra o

“Princípio da Incerteza (Indeterminação)” de Heisenberg. Como explicado mais à frente, optamos por este princípio para fazer a interpretação dos experimentos sequenciais.

Importante destacar que nossa sequência foi desenvolvida especificamente para o problema que nos propomos neste trabalho pois nos deparamos com problemas não só pedagógicos e conceituais, mas também filosóficos. Percebemos também, que é possível usar a estrutura organizada neste texto de apoio sem tanta ênfase histórica. Optamos por mantê-la para possibilitar um entendimento no estudante de que aquela organização conceitual tem, como qualquer conceito, origem histórica em uma comunidade. A sequência foi pensada também para aplicação em duas turmas de terceiro ano de uma escola pública estadual do município de Barbalha-CE onde se dispunha de duas aulas de física semanais. As aulas foram aplicadas no mês de agosto de 2024.

1 – Princípio Quântico

Princípio Quântico: Há, nos processos de emissão e absorção de radiação pela matéria uma descontinuidade essencial simbolizada pela constante de Planck (h). Esses processos se dão pela troca individualizada e localizada de cada *quantum* de energia, $\varepsilon = h \cdot f$.

Este princípio afirma que, para fenômenos que estudam a interação da radiação (“luz”) com a matéria, deve ser levada em conta a troca individualizada e localizada de *quanta* de energia cada um com valor igual a $h \cdot f$, onde f é a frequência que caracteriza a radiação emitida ou absorvida. Importante destacar que essa descontinuidade nos processos onde o *quantum* de ação de Planck (h) se torna relevante é essencial, ou seja, característica desses processos. Este princípio se fundamenta principalmente nos trabalhos dos anos anteriores ao surgimento da Mecânica Quântica formalizada e conduziu os físicos da época à referida formalização. Destacam-se os trabalhos de Planck (1900), Einstein (1905, 1907) e Bohr (1913)

1.1 Planck (1900) x Einstein (1905)

Essa constante aparece pela primeira vez nos trabalhos de Planck sobre a radiação do corpo negro em 1900. Em outubro deste ano, Planck foi forçado a rever sua fórmula e de Wien para a distribuição de energia do corpo negro por causa dos resultados experimentais de Rubens e Kurlbaum. Planck fez uma interpolação matemática entre a expressão que ele usou para derivar a lei que Wien havia proposto e outra a partir de expressão de Rayleigh-Jeans que concordava com os dados de Rubens-Kurlbaum para uma outra faixa de comprimentos de onda e chegou a uma função que descrevia com precisão os dados experimentais.

Nas semanas que se seguiram, Planck procurou o significado físico para sua equação pois não achava satisfatória sua derivação inicial, como se vê em suas palavras.

“Em todo caso, mesmo que essa fórmula fosse plenamente verificada pela experiência, nunca poderia ser considerada mais do que uma feliz fórmula de interpolação. Desse ponto de vista, teria um valor bem limitado.” (PLANCK, 1900).

Em dezembro do mesmo ano, ele apresenta um artigo onde expõe uma derivação da sua lei utilizando a mecânica estatística de Boltzmann e propõe a divisão da energia de ressoadores de frequência f em elementos mínimos de energia $\varepsilon = h \cdot f$.

Do seu trabalho de dezembro de 1900 destaca-se:

“[...] Consideremos, entretanto – este é o ponto mais essencial de todo o cálculo – E ser composto por um número bem definido de partes iguais e usando para isso a constante da natureza $h = 6.55 \times 10^{-27}$ erg.sec. Esta constante multiplicada pela frequência normal ν dos ressoadores nos dá o elemento de energia ε em erg, e dividindo E por ε nós temos um número P de elementos de energia que devem ser divididos pelos N ressoadores. Se a razão não for um inteiro, peguemos um inteiro na vizinhança.”

Os cálculos de Planck envolvem uma distribuição aleatória dos P elementos de energia sobre os N ressoadores. Ele mesmo nos fornece um exemplo de distribuição para $P = 100$ e $N = 10$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7	38	11	0	9	2	20	4	4	5

Isso é apenas uma forma de distribuir uma energia $E = 100\varepsilon$ em 10 ressoadores com frequência f . Onde $\varepsilon = hf$. Utilizando princípios de análise combinatória e da mecânica estatística, Planck foi capaz de deduzir sua fórmula para a radiação do corpo negro. O que é importante ressaltar aqui é o estabelecimento desse valor mínimo de energia para que a equação correspondesse aos dados experimentais. Utilizando o exemplo de Planck acima podemos discutir o que aconteceria se pudéssemos dividir a energia E em partes tão pequenas quanto se quisesse. Por exemplo, se a constante fosse a metade do valor de h , teríamos P igual a 200, o que aumentaria enormemente o número de formas de distribuir os elementos nas 10 posições. No caso de a energia ser distribuída continuamente, as formas de distribuição dessa energia seriam infinitas.

Para tentar sentir o espanto dos físicos da época com essa descontinuidade nos valores de energia, imagine que você construiu uma régua com uma unidade de medida bem pequena que vamos chamar de “qmetro”, então você começa a medir as coisas na sua casa e tudo que você mede tem um número inteiro de qmetros. Digamos que mede espessura da folha do caderno e tem 10 qmetros, mede um grão de areia e tem diâmetro de 50 qmetros e mesmo que meça algo muito maior como a espessura da caneta, ainda dá

algo como 500 qmetros. O mundo parece ter sido construído em qmetros, nunca achamos 0,5 qmetro em qualquer medida feita. Seria um espanto, não é mesmo? Achar um valor mínimo para elementos de energia também foi desconcertante para os físicos da época.

A equação de Planck é dada por:

$$u(f) = \frac{8\pi}{c^3} \frac{hf^3}{e^{hf/kT} - 1}$$

Onde: u é a intensidade de energia,

f é a frequência da radiação (também é possível escrever a equação em termos do comprimento de onda, λ),

h e k são as constantes de Planck e Boltzmann, respectivamente, e

c é a velocidade da luz.

Um exemplo importante da aplicação da lei de Planck em comparação com dados reais coletados por satélites está relacionado à relevância de alguns compostos químicos para o efeito estufa conforme figura abaixo:

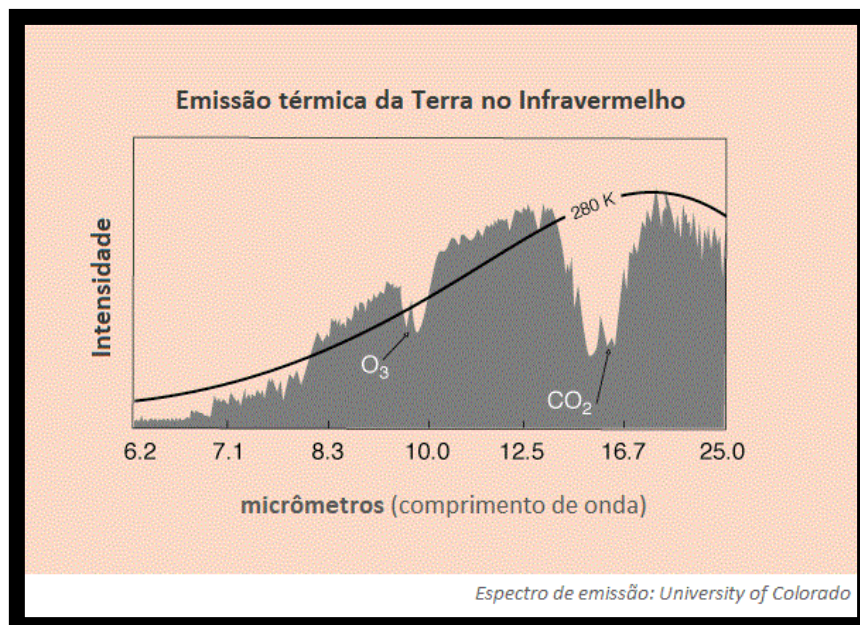


Fig.01 (Fonte: <https://www.saberatualizado.com.br/2019/11/quais-os-mecanismos-do-efeito-estufa.html>)

Observe que comprimentos de onda relacionado ao espectro de absorção do CO₂, principalmente, chegam numa intensidade muito menor do que o previsto pela teoria,

mostrando assim, que parte da radiação térmica fica retida na atmosfera devido a absorção e aquecimento destas moléculas.

No caminho histórico do entendimento do princípio quântico, aparece, em 1905, a figura de Albert Einstein. Neste ano, conhecido como o ano miraculoso de Einstein, ele publica diversos artigos importantes. Mas, para nosso estudo, vamos nos ater ao trabalho intitulado “Sobre um Ponto de Vista Heurístico a respeito da Emissão e Transformação da Luz”. Neste trabalho, Einstein apresenta uma visão diferente da de Planck ao interpretar o elemento de energia, $\epsilon = hf$, como a energia de uma partícula de luz, para isso ele começa seu trabalho diferenciando como os físicos tratam corpos ponderáveis (partículas ou corpos compostos por várias partículas) e a distribuição espacial contínua das ondas eletromagnéticas.

Acontece que Einstein propõe algo diferente para a luz ao tratar problemas como o da radiação do corpo negro e a produção de raios catódicos por radiação ultravioleta (efeito fotoelétrico).

“Me parece que as observações associadas à radiação do corpo negro, fluorescência, produção de raios catódicos por radiação ultravioleta e outros fenômenos conectados com a emissão ou transformação da luz é entendido mais prontamente assumindo-se que a energia da luz é distribuída descontinuamente pelo espaço. De acordo com o pressuposto a ser considerado aqui, a energia de um raio de luz espalhando-se de uma fonte pontual não é continuamente distribuída sobre um espaço crescente mas consiste de um número finito de quanta de energia que são localizados em pontos do espaço, movendo-se sem dividir-se, e que podem ser somente produzidas e absorvidas como uma unidade completa.”

“Existe uma profunda distinção formal entre os conceitos teóricos que os físicos formaram a respeito dos gases e outros corpos ponderáveis e os processos da teoria eletromagnética Maxwelliana no chamado espaço vazio. [...] De acordo com a teoria de Maxwell, energia é considerada uma função espacial contínua no caso de fenômenos puramente eletromagnético, incluindo a luz, enquanto a energia de objetos ponderáveis pode, de acordo com a atual concepção dos físicos, ser representada como uma soma feita sobre os átomos e elétrons. A energia de um corpo ponderável não pode ser subdividida arbitrariamente em tantas ou tão pequenas partes, enquanto a energia de um raio de luz de uma fonte pontual (de acordo com a teoria de Maxwell ou, mais genericamente, de acordo com qualquer teoria de ondas) é continuamente espalhada sobre um volume crescente.” (EINSTEIN, 1905)

Há então uma diferença na forma como os físicos tratam a distribuição de energia em corpos ponderáveis e na radiação eletromagnética. Nos corpos ponderáveis a energia está localizada no corpo e é trocada de forma abrupta na interação entre esses corpos. No caso da luz na teoria de Maxwell, essa troca se dá de forma contínua, como quando vamos

aquecendo um objeto ou uma folha usando uma lupa, a folha vai aquecendo aos poucos até atingir a temperatura de combustão. A ideia da luz como partícula não foi bem aceita pela comunidade de físicos por um bom tempo embora o prêmio Nobel de 1921 para Einstein esteja ligado à sua contribuição para o entendimento do efeito fotoelétrico, tratado neste trabalho. A ideia de troca localizada e individualizada de que trata o princípio quântico parece começar a tomar forma com essa visão que os físicos tinham da interação entre partículas.

Para concluir esta primeira parte deste tópico que pretende mostrar como, diferentemente do que se costuma pensar, Einstein não se baseou no trabalho de Planck mas tinha uma visão diferenciada do significado do quantum de energia, deixemos uma citação de Niels Bohr que esclarece as diferenças de abordagem dos dois.

“Como se sabe, a estreita relação, originalmente elucidada por Boltzmann, entre as leis da termodinâmica e as regularidades estatísticas exibidas pelos sistemas mecânicos com muitos graus de liberdade norteou Planck em sua engenhosa abordagem do problema da radiação térmica, levando-o a uma descoberta fundamental. Enquanto, em seu trabalho, Planck interessou-se primordialmente por considerações de caráter essencialmente estatístico e, com grande cautela, absteve-se de conclusões definitivas sobre a extensão em que a existência do quantum acarretava um afastamento dos fundamentos da mecânica (clássica) e da eletrodinâmica, a grande contribuição original de Einstein para a teoria quântica (1905) foi justamente o reconhecimento de como alguns fenômenos físicos, tais como o efeito fotoelétrico, podem depender diretamente de efeitos quânticos individuais.” (BOHR, 1995. P 42-43).



Em 1907 Einstein publica um artigo, este já mais próximo das ideias de Planck sobre a quantização da energia, cujo tema é o calor específico dos sólidos. A quantização da energia conseguia explicar o porquê da tendência do calor específico dos sólidos ir a zero ao se aproximar do zero absoluto. Este trabalho e suas implicações posteriores foi bem aceito e isto incentivou à organização do Congresso Solvay de 1911. A quantização da energia começava a fazer parte das pesquisas de diversos físicos. Entre eles Niels Bohr.

1.2 Niels Bohr

Em 1913, Bohr publica um trabalho dividido em três partes e intitulado “Sobre a Constituição de Átomos e Moléculas” onde ele apresenta o que chamamos de átomo de Bohr. Fazendo uma discussão sobre os modelos atômicos conhecidos até então, especialmente os modelos de Thomson e Rutherford.

“A principal diferença entre os modelos atômicos propostos por Thomson e Rutherford consiste na circunstância de que as forças que actuam sobre os electrões no modelo de Thomson permitem certas configurações e movimentos dos electrões para os quais o sistema está em equilíbrio estável; todavia, para o segundo modelo não existem aparentemente tais configurações.”(BOHR, 1913)

Bohr aponta que a diferença principal entre os modelos de Thomson e Rutherford é que o modelo de Thomson apresenta configurações onde o átomo é estável enquanto o modelo de Rutherford estava fadado ao colapso, os átomos não poderiam existir por muito tempo. Poderia parecer óbvio optar pelo modelo estável, mas os experimentos conduzidos por Rutherford e colaboradores mostravam fortes evidências de um átomo com núcleo positivo e contendo quase toda a massa do átomo e cargas negativas de massa quase desprezível orbitando este núcleo. Acontece que a teoria física que descreveria o comportamento de cargas elétricas em movimento, a eletrodinâmica, previa um colapso deste sistema em pouquíssimo tempo. Bohr opta por trabalhar em cima do modelo de Rutherford mas faz as seguintes considerações:

“Contudo, a maneira de considerar um problema desta espécie sofreu alterações essenciais em anos recentes devido ao desenvolvimento da teoria da radiação de energia e à confirmação directa dos novos pressupostos introduzidos nesta teoria, encontrada em experiências relacionadas com fenómenos muito diferentes tais como calores específicos, efeito fotoeléctrico, raios de Rontgen, etc. O resultado da discussão destas questões parece ser um reconhecimento geral de que a electrodinâmica clássica não consegue descrever o comportamento de sistemas de dimensões atómicas. Qualquer que seja a alteração das leis do movimento dos electrões, parece necessário introduzir nas leis em questão uma quantidade alheia à electrodinâmica clássica, a constante de Planck, ou, como muitas vezes é designada, o quantum elementar de acção.”

E ainda:

“Ora o ponto essencial na teoria da radiação de Planck é que a irradiação de energia por um sistema atómico não tem lugar da maneira contínua admitida na electrodinâmica usual, mas que, pelo contrário, se dá por emissões distintamente separadas, sendo a quantidade de energia irradiada numa só emissão por um vibrador atómico de frequência ν igual a $h\nu$, em que h é um número inteiro e h uma constante universal.”

Para Bohr então, a eletrodinâmica não poderia explicar as mudanças nas órbitas dos átomos, seria necessário introduzir pressupostos da teoria da radiação de Planck conforme citação acima. Bohr então propõe os seguintes pressupostos:

“Os principais pressupostos utilizados são:

- 1) Que o equilíbrio dinâmico dos sistemas nos estados estacionários pode ser discutido por meio da mecânica ordinária, enquanto a passagem dos sistemas entre diferentes estados estacionários não pode ser tratada nessa base.
- 2) Que este último processo é seguido pela emissão de uma radiação homogênea, para a qual a relação entre a frequência e a quantidade de energia emitida é dada pela teoria de Planck.”

Bohr usa a mecânica clássica e potenciais elétricos dados pela eletrodinâmica de Maxwell para descrever as órbitas, mas postula o uso da teoria de Planck para as

mudanças de órbitas. Ao propor que a mudança de órbita dos átomos obedecesse a teoria de Planck, os elétrons só mudariam de órbita por trocas de energia quantizada, estes teriam órbitas estáveis em certos níveis. Como consequência disto, Bohr conseguiu explicar o espectro de riscas do hidrogênio chegando a uma expressão que concordava com a série de Balmer quantitativamente. Ele obteve um valor bem próximo a constante dessa série, que era experimental. Apesar das dificuldades em se aceitar um modelo que misturava o clássico e o quântico, o sucesso explicativo do modelo de Bohr, para fenômenos atômicos levou à mais pesquisas utilizando a quantização de Planck. O que destacamos aqui é mais um passo em direção à aceitação do princípio quântico.

O estabelecimento do que chamamos aqui de Princípio Quântico é resultado de pelo menos duas décadas de estudos onde a constante de Planck toma papel relevante. Sugerimos, dentro das possibilidades de tempo, que sejam abordados os tópicos “Radiação do Corpo Negro”, “Efeito Fotoelétrico” e “Átomo de Bohr” para enfatizar o processo histórico de estabelecimento deste princípio. Nossa intervenção em sala de aula mostrou que, no caso de redução do tempo disponível, abordar preferencialmente o átomo de Bohr por sua relação histórica com o experimento de Stern e Gerlach. De qualquer forma, é importante destacar que a construção de um princípio não é trabalho de um homem só, conforme explicitado por Planck em discurso da conferência Nobel de 1920.

“Reportemo-nos a duas décadas atrás: foi o momento que a noção de quantum de ação surgiu pela primeira vez, a partir do acúmulo de fatos experimentais. Ela ainda não percorreu o longo e sinuoso caminho que deve levá-la ao estado adulto. [...]

De um lado, essa constante era necessária para obter o valor correto da entropia, [...]; de outro, a despeito de maiores esforços, era impossível incorporá-la ao quadro da teoria clássica. [...], era cada vez mais difícil escapar do seguinte dilema: ou toda a minha série de deduções para calcular a lei da radiação do corpo negro era ilusória e não passava de um artifício de cálculo sem alcance real, ou então uma ideia que correspondia a algo fisicamente real guiava essa dedução. Nesse caso, o quantum de ação tinha papel fundamental na física. [...]

Se hoje a questão está resolvida, isso deve ao trabalho incansável dos físicos que integraram o quantum em suas pesquisas.” (PLANCK, 1920)

1.3 Experimento de Stern Gerlach

O que sabemos hoje, é que o experimento original de Otto Stern e Walther Gerlach mede o spin do 47° elétron do átomo de prata (SAKURAI, 2013). Porém, em 1921 ainda não se conhecia o spin do elétron e o modelo atômico mais aceito ainda era o de Bohr generalizado por Arnold Sommerfeld e Peter Debye. O modelo orbital de Bohr utilizado nos estudos do magnetismo levou à ideia de uma quantização do espaço. Em uma manhã fria, Stern, que já vinha trabalhando no uso de feixes de átomos e acreditava na quantização do espaço, fica em sua cama pensando no problema. Se, o magnetismo do átomo só puder ser em dois sentidos, seguindo o modelo de Bohr, um campo magnético que variasse rapidamente em uma direção, dividiria o feixe em duas partes, enquanto a física clássica previa que o feixe variaria continuamente entre um valor máximo e mínimo. Gerlach já vinha estudando como construir campos do tipo imaginado por Stern e os dois construíram o experimento conforme esquema da figura abaixo. Para detalhes históricos e curiosos da história do experimento original, veja Friedrich et Hershbach (2003).

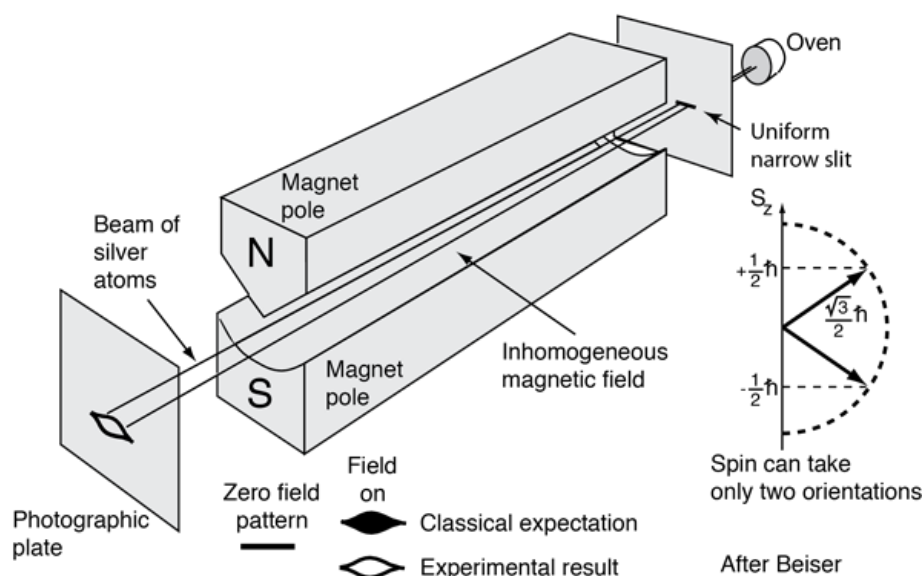


Fig. 02 (Fonte: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/spin.html>)

Em fevereiro de 1922, Niels Bohr recebe o cartão postal abaixo com os dizeres: “Anexo, a prova experimental da quantização direcional, nós o parabenizamos pela confirmação da sua teoria.”

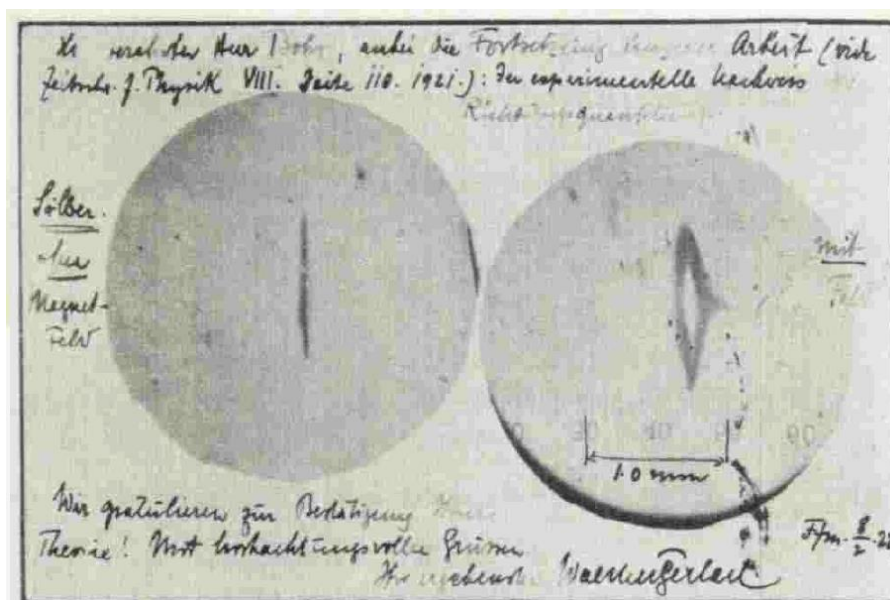


Fig. 03 (Foto retirada do artigo de Friedrich e Herschbach na Physics Today de dezembro de 2003 recebida, por estes como cortesia de Arquivos Visuais AIP Emílio Segré.)

Na figura acima, há duas placas com os resultados do experimento. Na da esquerda uma linha reta onde os átomos de prata se depositaram sem o campo magnético e da direita o resultado obtido quando os átomos foram submetidos ao campo mostrando o depósito de átomos em duas faixas separadas.

No contexto da aplicação didática deste material, produzimos um material que ajudasse os estudantes a se familiarizarem com os resultados dos experimentos Stern-Gerlach e os sequenciais. O material tem o objetivo principal de trazer certa interação visual com os experimentos e seus resultados e, para não quebrar a sequência lógica deste texto, está detalhado no anexo A.

A discussão dos resultados dos experimentos será desenvolvida na próxima seção já introduzindo princípios e regras de representação da mecânica quântica.

2. Princípios Probabilístico e da Incerteza

2.1 Representação de estados e superposição.

O experimento de Stern-Gerlach (ESG) original mede o momento angular de spin do 47° elétron do átomo de prata tendo como valores possíveis $\pm \frac{\hbar}{2}$, onde \hbar é a constante de Planck dividido por 2π . Esses valores já indicam uma quantização e, no experimento estão relacionadas ao desvio do átomo para cima ou para baixo atingindo assim o detector na parte de cima ou de baixo. Iremos simplificar a representação do experimento para focarmos nas propriedades quânticas que forem aparecendo de forma que teremos partículas com spin $1/2$ que só podem ter dois resultados ao passar no campo magnético do aparato. Para um campo vertical teremos o seguinte esquema:

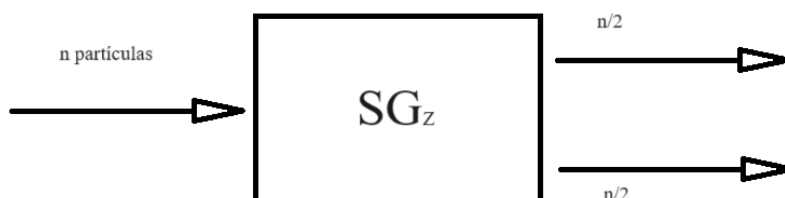


Fig. 04 Esquema simplificado de um experimento SG.

No esquema temos que uma quantidade grande (n) de partículas atravessa o experimento SG_Z , Z indica que o campo magnético é vertical. Após atravessar o experimento, metade das partículas ($n/2$) são registradas na parte de cima e a outra metade na parte de baixo. Mas como descreveríamos matematicamente uma única partícula que fosse atravessar o experimento?

Primeiramente precisaríamos de informação de como essa partícula foi preparada, qual o **estado** dela no momento que entra em SG_Z . Consideremos então que essa partícula foi gerada aleatoriamente como no caso do forno de prata do experimento original. Chamaremos esse estado, no instante em que a partícula adentra SG_Z , de estado ψ e o representaremos por $|\psi\rangle$.

O que a MQ nos diz é que este $|\psi\rangle$ é um vetor de estado, em um espaço abstrato, que contém toda a informação sobre a partícula naquele momento. Mas o estudante ávido por entender o que falamos pode dizer, com razão, que $|\psi\rangle$ não está me dizendo nada até agora. Mas, como sabemos que nossa partícula será submetida a SG_Z , ou seja, também

devemos considerar o tipo de experimento a que ela será submetida, então poderíamos afirmar que $|\psi\rangle$ deve conter a informação de que ela será observada, no registro do aparato, em cima, $|\uparrow\rangle$, ou embaixo, $|\downarrow\rangle$. Podemos escrever $|\psi\rangle$ como uma soma das duas possibilidades. Logo escreveremos,

$$|\psi\rangle = c_1|\uparrow\rangle + c_2|\downarrow\rangle. \quad (i)$$

Até aqui nosso vetor de estado está nos dizendo que é composto por duas possibilidades, para cima e para baixo com coeficientes c_1 e c_2 respectivamente. Veremos o significado desses índices na próxima seção. Aqui fica uma primeira regra de descrição matemática da MQ.

Regra 1 – Na MQ, descrevemos um estado de uma partícula por um vetor que pode ser escrito, como uma soma (superposição) de outros vetores de estado. A quantidade desses vetores depende de que grandeza se está medindo no experimento e de como o estado $|\psi\rangle$ foi preparado.

No nosso caso, $|\psi\rangle$ está num estado de superposição de apenas dois outros estados e vamos usá-lo como exemplo justamente por simplicidade. As regras ou princípios da MQ que colocaremos se aplica a superposições (somadas) de até infinitos estados, mas queremos nos ater mais aos princípios que as dificuldades matemáticas que possam surgir.

2.2 O Princípio Probabilístico

Nós apresentamos, de uma maneira um tanto arbitrária, uma forma de representar o estado de uma partícula na MQ. Admitimos ainda, com base apenas no experimento SG, que esse estado pode ser descrito como uma soma dos estados possíveis naquele experimento. Mas o que significa este estado? A resposta vem da interpretação de Max Born que se resumirá na regra 2 e no princípio probabilístico, descritos abaixo.

Regra 2: O quadrado do coeficiente de cada estado da superposição que descreve os estados possíveis de um arranjo experimental quântico nos dá a probabilidade daquele estado ocorrer.

Tentemos entender melhor esta regra usando a descrição de estado que demos para o ESG. Observe que, se a partícula está em um estado, a probabilidade de encontrá-la neste estado é 1 (100%).

$$|\psi|^2 = 1. \text{ (ii)}$$

Com esta interpretação, podemos determinar os coeficientes de (i). Vamos representar o estado $|\psi\rangle$ do nosso experimento como uma matriz coluna 2×1 ,

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}, \text{ com } c_1 \text{ e } c_2 \text{ sendo números complexos (algo característico da MQ)}$$

O quadrado dela pode ser descrito como,

$$\langle\psi|\psi\rangle = (c_1 * c_2 *) \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = |c_1|^2 + |c_2|^2 = 1. \text{ (iii)}$$

Aqui introduzimos outra representação o $\langle\psi|$ que, no nosso caso é matriz linha com os elementos conjugados de $|\psi\rangle$.

Como no nosso caso a possibilidade dos estados $|\uparrow\rangle$ e $|\downarrow\rangle$ são iguais, uma solução para (i), juntamente com a (iii) seria da seguinte forma.

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |\uparrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |\downarrow\rangle. \text{ (iv)}$$

Onde os estados $|\uparrow\rangle$ e $|\downarrow\rangle$ seriam representados pelas matrizes $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, respectivamente.

Logo, o quadrado do índice de cada vetor na superposição indica a probabilidade daquele estado ocorrer (50%). ψ é toda a informação “preditiva” que a quântica nos dá sobre um sistema físico e assim trabalhamos com probabilidades de ocorrer determinado estado.

É importante ressaltar que ψ é uma função da posição e do tempo que pode ser obtida resolvendo-se a equação de Schrödinger, por exemplo. A solução dessas equações foge nossa proposta aqui de apresentar apenas os princípios da MQ de forma tão acessível quanto possível a um aluno com domínio de matemática básica do ensino médio (especialmente matrizes e números complexos). A notação de Dirac com “bras”, $\langle \quad |$, e “kets”, $|\quad\rangle$, foi introduzida para deixar claro se tratar de uma descrição quântica e os símbolos usados dentro deles devem ser tão intuitivos quanto possível. Daí o uso das setas, por exemplo.

Dito isto, enunciemos um segundo princípio.

Princípio Probabilístico – A MQ descreve possibilidades dos sistemas usando uma função de onda complexa, ψ , cujo módulo quadrado indica uma probabilidade. Esta função pode ser obtida pela resolução da equação da Física Quântica coerente com o problema.

Este tipo de descrição matemática incomodava físicos que tiveram grande participação no desenvolvimento da MQ. É o tipo de coisa que fez Einstein dizer que Deus não joga dados. A expressão matemática (iv) poderia ser uma representação do gato meio vivo e meio morto do experimento mental de Schrödinger, uma forma de tentar apontar as dificuldades que formalismo quântico tinha de descrever uma realidade objetiva. Bohr (1949) confirma a existência desse desconforto:

A compreensão quantitativa de um vasto número de dados empíricos não podia deixar dúvidas quanto a fecundidade do formalismo quântico, mas seu caráter abstrato deu origem a um sentimento muito difundido de mal-estar. Na verdade, elucidar a situação iria exigir um exame minucioso do próprio problema observacional na física atômica. (BOHR, 1995.)

Como se vê, nosso mal-estar com o que foi dito até aqui é justificável. Bohr apontou acima algo que deve ter passado despercebido para a maioria dos leitores. Na física atômica (MQ) o problema observacional (de medida) é fundamental. Observe que na nossa descrição de estados quânticos não há grandezas físicas envolvidas, apenas falamos de probabilidades. Nosso próximo tópico introduz, sempre da forma mais conceitual possível, o ente matemático que, sendo operado com o estado, vai nos dar um valor físico mensurável. A forma como esses entes matemáticos interagem para nos dar possibilidades ou valores médios de grandezas físicas é o que mais diferencia a física quântica da clássica. Mais ainda, a forma como algum deles se relacionam um com o outro dá origem a um princípio tipicamente quântico, o princípio da incerteza.

2.3 Observáveis e o Princípio da Incerteza.

Este tópico é muito interessante e é onde provavelmente as coisas ficam estranhas em vez de ficarem só complicadas. A princípio, se você aceitar que a MQ tem uma descrição matemática com base na álgebra linear, a presença de operadores lineares para representar grandezas físicas observáveis pode ser considerado um fator complicador, mas não necessariamente uma estranheza. Veja que estamos mais familiarizados com a representação vetorial da física clássica para forças, velocidades, posição etc. Isto não deixa de ser uma aceitação de um tipo de descrição matemática. Então, se você aceita que

a MQ tem uma representação matemática diferente, isto por si só não é necessariamente um espanto. Portanto, se você quer entender a MQ, inicialmente aceite essa descrição. As consequências dessa descrição é que talvez não seja tão “digeríveis” quanto a descrição em si.

Observáveis são grandezas físicas que podem ser medidas, por exemplo, a posição, velocidade (momento), energia e, o que estamos usando neste texto, spin. Estas grandezas são representadas por operadores lineares que são representados aqui por uma letra com circunflexo (\hat{A} , \hat{B} , \hat{p} , \hat{x} , \hat{S}). A característica matemática desses operadores para a MQ é que ele seja hermitiano. Detalhes formais à parte, isso quer dizer que, atuando sobre o estado (função complexa) produza como resultado, números reais. Ou seja, os possíveis valores resultantes da medida de um experimento devem ser números reais (ainda bem!!).

Como estamos usando o experimento SG para apresentar alguns princípios da MQ, usaremos como exemplo os operadores de spin \hat{S}_x , \hat{S}_y e \hat{S}_z como as matrizes abaixo:

$$\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \hat{S}_y = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}; \hat{S}_z = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Exercício 1: Faça o produto de \hat{S}_z por $|\uparrow\rangle$ e, também, por $|\downarrow\rangle$. Você observará que o resultado será um valor numérico vezes os respectivos vetores e esses valores são os valores possíveis para o experimento estudado ($\pm \frac{\hbar}{2}$).

Se tivéssemos feito o experimento SG como o campo magnético na direção x e y, respectivamente, os operadores \hat{S}_x e \hat{S}_y podem ser vistos como operadores que, usando soluções alternativas à (iv) conduziram, também, aos valores $\pm \frac{\hbar}{2}$. Porém, os estados correspondentes ao \hat{S}_x seriam, em nossa notação que pretende ser intuitiva, direita e esquerda ($|\rightarrow\rangle$ e $|\leftarrow\rangle$).

Não se preocupe tanto, agora, com a origem matemática desses resultados, mas com a regra que se segue:

Regra 3 – As grandezas físicas mensuráveis, observáveis, são representadas por operadores que, atuando num espaço de estados, convenientemente escolhido, nos fornece os valores possíveis para o fenômeno quântico estudado.

No caso do spin do elétron, só temos duas possibilidades de resultado, a depender da posição do campo magnético do experimento, para cima ou para baixo (Z), esquerda ou direita (Y), para dentro ou para fora (X). Isso indica um espaço de possibilidades bidimensional e por isso usamos os vetores $|\uparrow\rangle$ e $|\downarrow\rangle$.

2.4 Grandezas não-comutativas e o Princípio da Incerteza.

Como dito, até aqui o problema do uso de operadores é um complicador no cálculo das grandezas físicas e sua relação matemática com os estados deixa o processo muito diferente da física clássica cujas grandezas físicas medidas e entes matemáticos que as representam se confundem. O que discutiremos a partir daqui é, para nós, onde mora a verdadeira estranheza da MQ e onde não encontramos paralelo na física clássica. O motivo de se usar álgebra linear e operadores para observáveis está historicamente ligado aos estudos de Werner Heisenberg quando esteve em Göttingen sob orientação de Max Born. Em um artigo de 1925, Heisenberg, que já aceitara que a mecânica quântica deveria ser descrita apenas em termos de grandezas mensuráveis, procurou as características dessas grandezas e suas propriedades. Algo que ele percebeu foi que a multiplicação dessas grandezas não tinha a propriedade comutativa, ou seja, $ab \neq ba$. Born percebeu posteriormente que essas grandezas seriam matrizes e, com a ajuda de Pascual Jordan, que dominava bem o ferramental matemático necessário, estabeleceu os fundamentos da mecânica quântica matricial. Ao final de 1925, Born, Heisenberg e Jordan publicam um texto sobre a nova mecânica. Nesse mesmo período, Paul Dirac desenvolveu uma mecânica baseada em operadores após ler o primeiro artigo de Heisenberg. Por um caminho completamente diferente, inspirado nos trabalhos de Louis de Broglie, Erwin Schrödinger desenvolve uma mecânica quântica ondulatória que se mostrará equivalente a matricial (Ref: Scientific American).

A formulação matricial de Heisenberg e Born se baseiam na interpretação de experimentos quânticos e no princípio de que apenas grandezas observáveis deveriam ser usadas na descrição matemática da mecânica quântica. Schrödinger seguiu um caminho da formulação mais intuitiva para os físicos. Louis de Broglie havia proposto, em 1924, uma formulação dual da natureza da luz, estendida a partículas de matéria, onde haveria uma onda associada à cada partícula em movimento. Schrödinger chega a uma equação que descreve a dinâmica dessa onda para o caso não-relativístico. A formulação ondulatória passa a ser a mais usada, provavelmente por ser mais intuitiva para os físicos. Porém,

abre-se a discussão sobre o que fundamenta a MQ. Em 1927, Heisenberg publica um artigo dando significado físico à propriedade de não-comutabilidade. Utilizando as grandezas posição e momento ele demonstra que elas possuem uma relação de indeterminação fundamental. De forma que:

Princípio da Incerteza - o aumento da certeza na medida de uma grandeza observável ocasiona um aumento na incerteza da medida do outro observável cujo operador não comuta com o primeiro. Se chamarmos de Δx a incerteza na posição e Δp a incerteza do momento linear, o princípio da incerteza estabelece que:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

Exercício 2: Verifique se a propriedade comutativa é válida para \hat{S}_z com \hat{S}_x . As grandezas físicas associadas a esses operadores possuem uma relação de incerteza?

Normalmente este princípio é explicado pelo fato de que, ao se tentar medir a posição de uma partícula com precisão, precisamos de uma onda com comprimento pequeno (alta frequência) que, conforme a relação $\varepsilon = hv$, possui uma energia alta alterando bastante o momento da partícula. É baseado no argumento que Heisenberg usa em seu experimento mental (gedankenexperiment) com um microscópio de raios gama. Conforme argumenta Pessoa Jr. (2019), Heisenberg vai, em seu artigo, de um “não posso conhecer” para um “não é” a respeito da indeterminação das duas grandezas. De fato, esta explicação para o princípio da incerteza faz parecer que não podemos conhecer as duas grandezas envolvidas por dificuldades experimentais. Todavia, por sua posição filosófica, Heisenberg afirma que as duas grandezas não são mensuráveis simultaneamente. Uma afirmação sobre a natureza dos objetos quânticos.

Em nossa opinião, e de outros autores que usam um sistema quântico de dois níveis para expor os princípios da MQ (SAKURAI, PINTO NETO, NUSSENZVEIG), o uso do experimento SG deixará as consequências deste princípio mais escancaradas.

3 Experimentos SG Sequenciais.

Vamos realizar agora um experimento com 3 aparatos SG em sequência e faremos observações relativas aos resultados conforme façamos medidas no sistema de aparatos. Como no experimento do início do capítulo, chamaremos SG_z os aparatos com

campo magnético vertical tendo como estados possíveis $|\uparrow\rangle$ e $|\downarrow\rangle$. Entre dois SG_z colocaremos um aparato com campo magnético horizontal que chamaremos SG_x com estados possíveis $|\rightarrow\rangle$ e $|\leftarrow\rangle$ (direita e esquerda).

I. Com estado inicial definido, mas sem medição no aparato intermediário (SG_x).

Como nosso aparato SG_z só pode ter os dois estados citados, se bloquearmos a passagem das partículas no caminho por baixo, saberemos que todas as partículas que chegam em SG_x estão no estado $|\uparrow\rangle$, temos certeza disto, é uma forma de medir este resultado. O que ocorre se passarmos todas essas partículas por SG_x e em seguida por outro SG_z ? O resultado está no esquema abaixo.

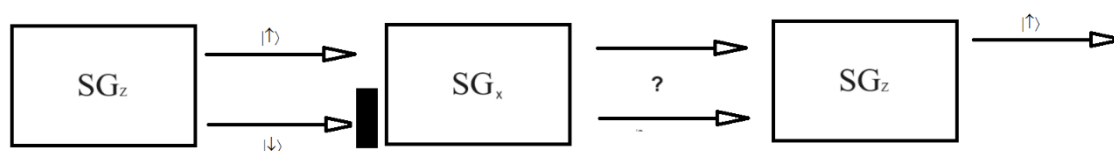


Fig. 05 Experimentos Stern-Gerlach em sequência 1

Obs I.1: Os estados indicam possibilidades e a descrição matemática para a mecânica quântica é válida para uma única partícula.

Obs I.2: Neste experimento inicial, bloqueamos a passagem, logo, a possibilidade, de entrarem partículas com estado $|\downarrow\rangle$ em SG_x .

Obs I.3: As partículas vão de SG_x para SG_z sem que saibamos se elas têm estado $|\rightarrow\rangle$ ou $|\leftarrow\rangle$, ou seja, se saem pela direita ou esquerda do aparato. Mas, o sistema garante que independente de qual caminho tomar, a partícula chega ao segundo aparato SG_z .

O resultado desta configuração é que todas as partículas que saem do segundo SG_z saem por cima, o que não é estranho já que todas elas chegaram em SG_x com este estado. O resultado seria semelhante se bloqueássemos o caminho superior, após o segundo SG_z , todas as partículas sairiam agora por baixo, mostrando que passar por SG_x não alterou seu estado. Façamos agora uma pequena mudança no experimento.

II. Com estado inicial definido e com medição no aparato intermediário.

Obs II.1: A única mudança em relação ao experimento anterior é que agora bloqueamos um dos caminhos possíveis após SG_x , de forma que passaremos a saber (medimos) se a partícula tem estado $|\rightarrow\rangle$ ou $|\leftarrow\rangle$.

Obs II.2: Independentemente de bloquearmos $|\rightarrow\rangle$ ou $|\leftarrow\rangle$ o resultado será o mesmo. As setas e posição dos bloqueios são apenas ilustrativas das possibilidades de dois caminhos diferentes.

O resultado do experimento é o que se segue na figura e pode parecer surpreendente.

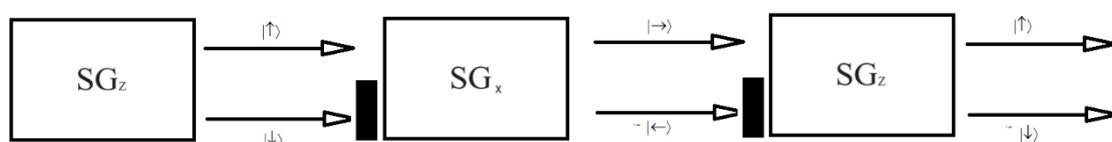


Fig. 06 Experimentos Stern-Gerlach em sequência 2

O que aconteceu aqui? Ao fazermos uma medida do estado relacionado SG_x , as partículas passam agora a sair por cima e por baixo após passarem por SG_z . Mas elas não tinham entrado em SG_x todas com estado $|\uparrow\rangle$ como em I? O que mudou?

Normalmente a explicação deste resultado é feita com uso de uma descrição ondulatória dos estados que no caso I, os estados $|\rightarrow\rangle$ e $|\leftarrow\rangle$, descritos em termos de $|\uparrow\rangle$ e $|\downarrow\rangle$ se superpõem anulando a possibilidade de um ou outro, para isso, é feita uma analogia com a polarização da luz (v. Sakurai, Nussenzveig). No caso II, o estado $|\rightarrow\rangle$ permaneceria como uma soma de possibilidades entre $|\uparrow\rangle$ e $|\downarrow\rangle$ dando o resultado do arranjo experimental II.

Nossa proposta aqui é explicar os resultados em termos do princípio da incerteza. Como vimos no exercício 2, o operador \hat{S}_z não guarda a propriedade comutativa com \hat{S}_x , de forma que, entre eles há uma relação de incerteza. Como os operadores de Spin só admitem dois resultados possíveis ($\pm \frac{\hbar}{2}$). A certeza de um gera uma incerteza no outro que possibilita os dois valores e é por isso que escolhemos o spin para explicar o funcionamento da MQ.

Observe o seguinte:

- Ao bloquear o caminho por baixo do primeiro SG_z temos certeza relacionada ao operador \hat{S}_z , portanto, incerteza em relação ao \hat{S}_x . De fato, observa-se experimentalmente que saem partículas pela esquerda e direita após SG_x . Ao não fazer medidas após SG_x , mantemos a incerteza sobre seu valor de forma que a certeza do estado relacionado à \hat{S}_z permanece intacta, o que é confirmado pelo arranjo experimental I.

- No arranjo II, fazemos uma medida relacionada ao operador \hat{S}_x obtendo certeza sobre o seu valor e, conseqüentemente, incerteza relacionada à \hat{S}_z , o que é confirmado pelo resultado do experimento II.

4 Considerações Finais

O objetivo deste texto foi apresentar as características principais da mecânica quântica usando uma introdução histórica e o experimento de Stern-Gerlach. Para isso usamos três sentenças sobre esses sistemas, que chamamos, com certa liberdade de linguagem de princípios e três regras de representação. O desenvolvimento dessa estrutura conceitual é uma proposta relacionada às dificuldades encontradas em apresentar a MQ para o ensino básico. Segundo Vigotski (2009) o conhecimento científico é sistematizado e esta sistematização é importante no desenvolvimento qualitativo dos conceitos nos indivíduos. Por isso, buscamos apresentar a MQ de uma forma estruturada em princípios evitando que os conceitos sejam isolados fora desse contexto estrutural e aplicados onde não há indícios que os efeitos quânticos individuais tenham relevância.

O Princípio Quântico nos fala dessa descontinuidade essencial que aparece na interação entre radiação e matéria e foi justificado por alguns dos principais fenômenos que só puderam ser explicados acrescentando essa descontinuidade representada pelo quantum de energia à resolução dos problemas relativos aos referidos fenômenos. A regra 1 e o Princípios Probabilístico dizem respeito a como representamos os estados quântico e o que esses estados significam. Em termos bem livres esses estados significam possibilidades. Os operadores relacionados a grandezas observáveis atuam sobre os estados que escolhidos convenientemente nos dão os possíveis valores a serem medidos em um experimento. O Princípio da Incerteza é que talvez seja realmente um princípio físico ou lei. Embora possa ser derivado matematicamente da álgebra não-comutativa da MQ, da forma

como o usamos, ele pôde nos responder a estranha diferença entre os arranjos experimentais I e II. É um princípio que caracteriza bem um fenômeno quântico e está intimamente ligado ao problema da medida. As implicações na diferença entre os arranjos I e II são bastante profundas e levantam questões sobre a realidade das grandezas observadas pois, se dizemos que a propriedade spin “para cima” é real, como uma partícula pode deixar de tê-la por tirarmos uma possibilidade de ela adquirir outra propriedade (spin “para a esquerda”)? Atentemos para o fato que o resultado vale para partículas individuais. Se deixarmos a possibilidade de ela chegar ao terceiro aparato por dois caminhos (esquerda e direita) ela continuará com a propriedade spin “para cima” e sairá do terceiro aparato sempre por cima. Se tirarmos dela a possibilidade de um dos caminhos, ao chegar ao terceiro aparato, ela poderá sair por cima e por baixo. Isso deixa espaço para diversas interpretações da MQ. O que fizemos aqui foi mostrar que, a partir do princípio da incerteza, os dois arranjos são distintos e devem ser tratados distintamente. Um dos arranjos não permite dizer qual caminho a partícula tomou, o outro permite dizer e os resultados são distintos. Presos à linguagem clássica, os físicos chamaram o primeiro de arranjo do tipo onda, pois as duas possibilidades do segundo aparato interferem anulando a possibilidade da partícula sair por baixo preservando a informação do primeiro aparato. Ao segundo arranjo chamam do tipo partícula, pois sabemos a trajetória que o objeto quântico tomou, mas perdemos a informação do primeiro aparato.

Bohr afirmou que não se pode fazer um arranjo experimental ao mesmo tempo do “tipo onda” e do “tipo partícula” e que para entender os fenômenos quânticos precisamos dos dois tipos de fenômenos para compreender a física quântica. As informações são complementares. Até o momento, não é do nosso conhecimento que se tenha feito qualquer experimento onde o princípio da incerteza tenha sido violado, de forma que é por isso que consideramos neste texto este princípio como fundamental para caracterizar a Mecânica Quântica.

Esperamos que este texto seja útil para o professor do ensino básico que pretenda abordar este tema e não queira ficar preso à teoria quântica Planck, explicação do efeito fotoelétrico, átomo de Bohr e etc. sem conseguir ligá-los a uma estrutura geral da física quântica, a uma mecânica quântica.

APÊNDICE A – Observação de Resultados Experimentais simulados e Construção de Modelos Interpretativos dos Experimentos Stern-Gerlach Sequenciais.

Com o intuito de cumprir o objetivo da segunda etapa da nossa sequência, FAZER, construímos uma simulação de leitura de resultados de laboratório com posterior construção de maquetes interpretativas dessas leituras. Para tanto, construímos um dispositivo de observação que, embora não tenha paralelo com outro real, simulasse alguma dificuldade de leitura e interpretação de resultados, comuns em laboratórios. Outro motivo para o uso desta ferramenta foi promover uma atividade mais concreta e visual para um tema tão abstrato quanto a mecânica quântica fazendo ainda com que os estudantes se familiarizassem com os resultados dos experimentos antes da discussão teórica (EXPLICAR). Primeiramente explicaremos como foi aplicado o material e, no fim deste anexo, daremos detalhes da construção do mesmo.

1 – Apresentação do material e objetivos da atividade: Apresentação da caixa de observação (fig. 07) e dos cartões (fig. 08) a serem inseridos na caixa para a observação.

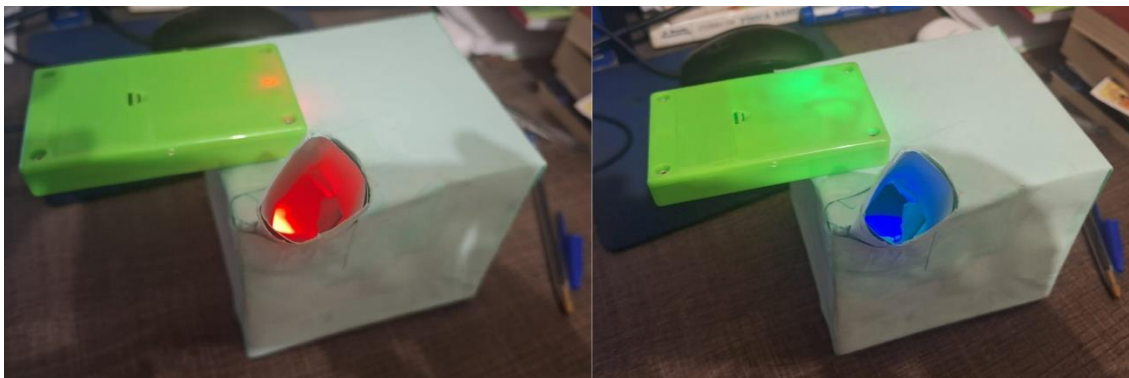


Fig. 07 – Caixa de observação com led azul e vermelho.



Fig. 08 – Cartões para observação na caixa.

As seguintes orientações foram passadas à cada equipe:

Orientações:

- 1 - Cada cartão (chapa) representará uma sequência de experimentos SG.
- 2 – O resultado observado, corresponde ao registro após o SG_x com a indicação da entrada com estado escolhido sendo $Z+ = |\uparrow\rangle$ ou $Z- = |\downarrow\rangle$.
- 3 – Para observar o resultado correspondente ao registro logo após o experimento do tipo X, deve-se usar a luz azul e, para o registro após o segundo experimento Z, a luz vermelha pois são estas cores que contrastam mais com cada um deles.
- 4 – Observe se há curvatura (acúmulo de átomos) dos dois lados ou apenas em um e se ela está para cima/baixo ou esquerda/direita.
- 5 – O registro na chapa pode não estar muito claro, então mude as cores até ter certeza e anote o resultado.
- 6 – Leve suas anotações para construir o modelo com caixas de fósforos.
- 7 – Cada caixa deve ser identificada com Z ou X. Os palitos indicarão por onde os átomos passaram então o resultado do aparato X está invertido. Se houve acúmulo à esquerda, quer dizer que bloqueamos a esquerda e passaram átomos apenas pela direita X+.
- 8 – Procure ser criativo na identificação das caixas.

2 – Leitura dos cartões e construção dos modelos.

Sob a orientação do professor, estimulou-se que todos os membros das equipes fizessem a observação e expusesse o resultado lido havendo assim debate sobre a leitura dos resultados. Deixando ao máximo a autonomia na interpretação dos estudantes, o professor deve fazer observações sobre o que se está lendo e remeter sempre ao resultado (figura) do experimento SG original no qual foram baseados os desenhos dos cartões com o intuito de chegarem ao resultado esperado do seu cartão.

Posteriormente, foram distribuídos, para cada equipe, caixas de fósforos vazias, cola bastão, fita adesiva, espetos de madeira sem pontas e canetinhas para que eles construíssem as maquetes da sequência de experimentos. Abaixo, figura dos estudantes construindo as maquetes dos experimentos. Muitos optaram pela estratégia de colar as caixas de fósforo sobre uma folha de papel para evitar o desencaixe dos palitos com as caixas.



Fig. 09 Estudantes fazendo a observação e discutindo os resultados.



Fig. 10 – Estudantes finalizando maquete baseada na chapa II.

Construção da caixa de observação e cartões:

- a) Caixa de papelão cúbica: Utilizamos uma caixa de cápsulas de café, mas pode ser feito recortando uma caixa de leite ao meio, fechando o lado aberto com um pedaço da outra metade.
- b) Leds vermelho e azul: Utilizamos um dispositivo presente em kit de ótica e fizemos um orifício para encaixá-lo na caixa de observação, conforme figura 11.



Fig. 11 – Caixa com orifício e dispositivo com leds

- c) Foi feito mais um orifício onde encaixamos um cilindro por onde é feita a observação. Algo para dar uma aparência de dispositivo de laboratório, ao estilo microscópio. Os cartões são introduzidos por cima na faze do cubo oposta ao dispositivo de led.

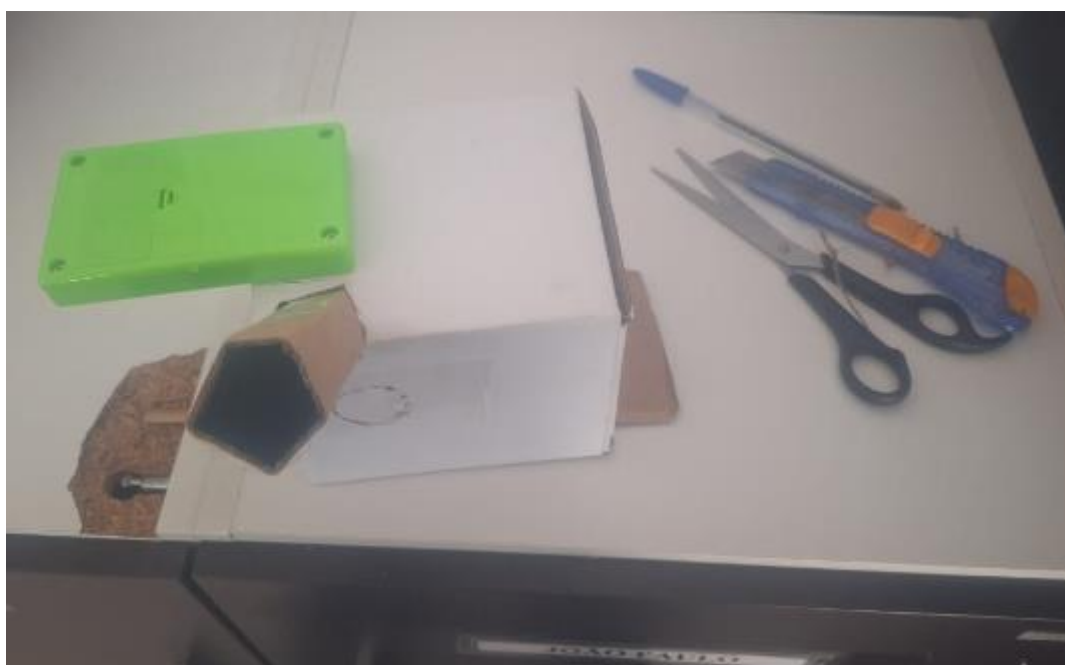


Fig. 12 Caixa montada, sem acabamento final.

- d) Cortamos pedaços retangulares de papelão para fazer os cartões onde colamos papel preto onde seriam desenhados os “resultados” do experimento SG. Foram feitos desenhos semelhantes ao ESG original, com cor vermelha

para o experimento X (destacava-se em preto no led azul) e o Z em azul (destacava-se em preto no led vermelho). Ver figura 08.

Importante destacar que o objetivo de se construir esse dispositivo de observação era o de gerar curiosidade nos alunos e envolvê-los na construção dos modelos. Observamos que é possível cumprir essa etapa do FAZER de forma mais simplificada fazendo algum tipo de cartão de observação a partir do qual eles construam seus modelos. De qualquer forma, a reação aos aparatos foi positiva e gerou a atenção esperada para o objetivo da aula.

REFERÊNCIAS

BECK, G. **Formalismo Matemático e Representação Física**. Tradução: Antonio Videira; Tradução: Rafael Luz. 1 ed. São Paulo: Scientiae Studia, 2022.

BACHELARD, G. **A Filosofia do não** (Filosofia do Novo Espírito Científico - Título da tradução portuguesa); Lisboa :Editorial Presença, 1972.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

CASSIRER, Ernst. **Linguagem e mito**. Trad, J. Guinsburg, Miriam Schnaiderman, São Paulo: Perspectiva, 2013.

EINSTEIN, Albert. "Concerning an Heuristisc Point of View Toward the Emission and Transformation of Light." *Anallen der Physik* (Leipzig) **17**, 1905, p. 132-148. Disponível em: [Volume 2: The Swiss Years: Writings, 1900-1909 \(English translation supplement\) Page 86 \(100 of 416\) \(princeton.edu\)](#). Acesso em: 31 mai. 2021.

EINSTEIN, Albert. **Como vejo o mundo**. Trad. H. P. de Andrade. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1981.

EL-HANI, Charbel N. Notas sobre o Ensino de História e Filosofia da Ciência na Educação Científica de Nível Superior. In **Estudos de história e filosofia das ciências: subsídios para aplicação no ensino**. SILVA, Cibelle C. (org.), São Paulo: Editora Livraria da Física, 2006.

JAMMER, Max. **Conceitos de Força: Estudo sobre os fundamentos da dinâmica**. Trad. Vera Ribeiro, Rio de Janeiro: Contraponto: Ed PUC-Rio, 2011.

LISBÔA, Roseny; PESSOA Jr, Osvaldo. **Visões Filosóficas sobre a Ciência e Natureza: Uma análise das concepções de professores de física**. 1 ed. São Paulo: FилоCzar, 2019.

KUHN, Thomas. **A Estrutura das Revoluções Científicas**; Trad. Beatriz Vianna Boeira e Nelson Boeira, 2 reimp da 13 ed. São Paulo: Perspectiva, 2018.

MARTINS, André F. P., História e Filosofia da Ciência no Ensino: Há muitas pedras nesse caminho... **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v.24, n.1, p.112-131, abr. 2007.

NOVAES, Marcel; STUDART, Nelson. **Mecânica Quântica Básica**. 1 ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

OSTERMANN, F.; PRADO, S.D. e RICCI, T.S.F. Desenvolvimento de *software* para o ensino de fundamentos de física quântica. **A Física na Escola**, v.7, n.1, p.22-25.

OSTERMANN, Fernanda; CAVALCANTI, Cláudio; PRADO, S. D.; RICCI, T. F. Investigando a aprendizagem de professores de física a cerca do fenômeno de interferência quântica. 2008. **Ciência & Educação**. v.14, n.1, p.35-54.

OSTERMANN, Fernanda; CAVALCANTI, Cláudio; PRADO, S. D.; RICCI, T. F. Fundamentos da Física Quântica à luz de um interferômetro virtual de Mach-Zehnder. 2009. **Revista Eletrônica de Enseñanza de las Ciencias**. v.8, n.3.

PINTO NETO, Nelson. **Teoria e Interpretações da Mecânica Quântica**. 1 ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010.

PINTO, A. Custódio; ZANETIC, J. É possível levar física quântica para o ensino médio? **Caderno Catarinense de Ensino de Física**., v.16, n.1: p. 7-34, abr. 1999.

PLANCK, Max. “On the Theory of the Energy Distribution Law of the Normal Spectrum” *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* v. 2, 1900, p.237-245. English Translation from “The Old Quantum Theory” ed. By D. ter Haar, Perfarmon Press, 1967, p. 82.

VIGOTSKI, Lev S., **A formação social da mente**; Trad. José Cipolla Neto *et al.*, 7 ed. São Paulo: Martins Fonte, 2007.

VIGOTSKI, Lev S., **A construção do pensamento e da linguagem**; Trad. Paulo Bezerra, 2 ed. São Paulo: Martins Fonte, 2009.