



**UNIVERSIDADE REGIONAL DO CARIRI – URCA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA – PRPGP
CENTRO DE EDUCAÇÃO - CE
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO – MPEDU**

JOSEFA MARIA DA SILVA

**ESTUDO DE FUNÇÃO POR MEIO DA ESTRATÉGIA DE UM
CURRÍCULO EM ESPIRAL NUMA ABORDAGEM MATEMÁTICA
INVESTIGATIVA**

CRATO – CEARÁ

2021

JOSEFA MARIA DA SILVA

**ESTUDO DE FUNÇÃO POR MEIO DA ESTRATÉGIA DE UM CURRÍCULO EM
ESPIRAL NUMA ABORDAGEM MATEMÁTICA INVESTIGATIVA**

Dissertação apresentada à Universidade Regional do Cariri–URCA, como parte das exigências do Mestrado em Educação, para a obtenção do título de mestre em Educação.

Linha de pesquisa: Formação de professores, currículo e ensino.

Sublinha de pesquisa: Formação de professores: ensino e suas metodologias.

Orientador: Prof. Dr. Claudio Rejane da Silva Dantas.

CRATO – CEARÁ

2021

Ficha Catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da Universidade Regional do Cariri – URCA
Bibliotecária: Ana Paula Saraiva de Sousa CRB 3/1000

Silva, Josefa Maria da.
S586e Estudo de função por meio da estratégia de um currículo em
espiral numa abordagem matemática investigativa / Josefa Maria da
Silva. – Crato-CE, 2021.

226p.

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional
em Educação - MPEDU da Universidade Regional do Cariri - URCA
Orientador: Prof. Dr. Claudio Rejane da Silva Dantas

1. Sequência de ensino, 2. Ensino por descoberta, 3. Currículo
espiral, 4. Investigação, 5. Pesquisa em ação; I. Título.

CDD: 371.3

JOSEFA MARIA DA SILVA
ESTUDO DE FUNÇÃO POR MEIO DA ESTRATÉGIA DE UM CURRÍCULO EM
ESPIRAL NUMA ABORDAGEM MATEMÁTICA INVESTIGATIVA

Dissertação apresentada à Universidade Regional do Cariri – URCA, como parte das exigências do Mestrado em Educação, para a obtenção do título de mestre em Educação.

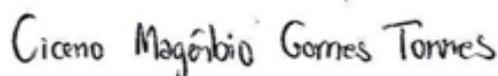
Linha de pesquisa: Formação de professores, currículo e ensino.

Aprovada em: 23 de dezembro de 2021.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Claudio Rejane da Silva Dantas
Orientador - MEPDU/URCA



Prof. Dr. Cícero Magêrbio Gomes Torres
Membro Interno do Programa MEPDU/URCA



CS Scanned with CamScanner

Prof. Dr. Aníbal de Menezes Maciel
Membro Externo do Programa MEPDU/UEPB

À Deus pela sabedoria e o dom da vida.
Aos meus pais (em memória), minha
família, amigos e mestres.

AGRADECIMENTOS

À Deus pela luz, graça e sabedoria por conceber a benção de fazer parte deste Universo. Gratidão pela força, encorajamento e discernimento que me guia pelos trilhos da vida, permitindo vencer cada batalha e viver intensamente movida pela luz, esperança e fé.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Claudio Rejane da Silva Dantas, pelo apoio, companheirismo, credibilidade, disponibilidade, encorajamento, compreensão e por sua preciosa contribuição que viabilizou a descrição dessa dissertação, tornando o estudo prático, preciso, acessível e significativo para minha vida pessoal, acadêmica e profissional.

À minha família: Adeildo, Elias, Enoque e Rosineide, que me incentivaram, motivaram-me e colaboraram para o meu ingresso no Mestrado Profissional em Educação na URCA.

Aos ilustres professores: Prof.^a Dr.^a Maria Dulcinea da Silva Loureiro e Prof. Dr. Francisco Augusto Silva Nobre, por terem acreditado na potencialidade social e cultural da minha pesquisa para Área de Educação Matemática.

Aos meus amigos: Ailton Borges, José Adriano, Cícera Brito, Edílson Gonçalves, Érica Alcântara, Ítalo Nelson, Jordânia Sousa, Sílvio Bueno, Solange Félix e Maria Aparecida, pelas nobres e carismáticas palavras de apoio, incentivo, estímulo e encorajamento. E, aos amigos que não foram citados.

Ao Comando do 2º Colégio da Polícia Militar Coronel Hervano Macêdo Júnior e aos coordenadores pela compreensão e adequação do meu horário de regência pedagógica para efetivação desse trabalho. Bem como, aos estudantes pela participação no projeto de pesquisa e a todos que compõem essa Instituição.

A todos os companheiros do Mestrado Profissional em Educação - MPEDU, pela amizade, parceria, compartilhamentos de conhecimentos e saberes.

A minha eterna gratidão aos professores que fazem parte do Programa do Mestrado Profissional em Educação-URCA, que colaboram para o estudo, aprendizagem, processo de pesquisa e efetivação, emanando energias positivas, lições e conhecimentos.

Por fim, gratidão a todas as pessoas que fazem parte da minha narrativa de vida, e que, colaboraram de forma direta ou indireta para a concretização desse precioso trabalho de pesquisa. Sinto-me honrada e agradecida.

“Direi do SENHOR: *Ele* é o meu Deus, o meu refúgio, a minha fortaleza, e nele confiarei” (Salmos 91:2).

RESUMO

A Educação Matemática, nas suas concepções pedagógicas, tem priorizado o ensino para a formação intelectual e sociocultural dos estudantes, comprometida com a postura analítico-dedutiva, crítica, criativa e o bem-estar social. Com essa perspectiva, o presente trabalho traz uma proposta de ensino numa abordagem investigativa por descoberta, apoiado na Teoria de Jerome Bruner e de um Currículo em Espiral para o estudo de Funções, dialogando com D'Ambrosio, Lorenzato, Skovsmose, Franco, Bardin, Freire, Platão, BNCC e outros. Essa proposta é decorrente da prática pedagógica experiencial e vivencial, tendo em vista os desafios da sala de aula para o processo de ensino e aprendizagem, como: dificuldades interpretativas, analíticas, argumentativas e dedutivas para resolução de problemas, de relacionar o contexto matemático com problemas do cotidiano, a não compreensão da linguagem matemática, o distanciamento experiencial do estudante em relação a sala de aula. Desse modo, a proposta pedagógica, consiste em apresentar ações que encorajem os estudantes para o entendimento de Funções, tendo-os como protagonistas do processo, por meio da interação, participação e compartilhamento de saberes, tendo como objetivo, promover uma proposta de atividade investigativa para o estudo de funções, numa prática dialógica, interpretativa e com diferentes visões de mundo. Em vista disso, a concretização das ações, suscitou numa sequência de ensino para o estudo de Funções, por meio de atividades investigativas e explorativas, promovidas pela criatividade, curiosidade, situações concretas e reais, descrevendo uma cultura de significados. A pesquisa consiste numa abordagem qualitativa, fundamentada nos princípios da pesquisa-ação, percorrendo em caminhos investigativos e estabelecendo uma ação pedagógica. Como procedimentos para coleta de dados, utilizamos o questionário fechado e aberto, a observação e o caderno de campo; já para análise dos resultados, recorreremos à Análise de Conteúdo proposta por Bardin, obtendo-se diferentes frutos de aprendizagens, tais como: construção de uma sequência de ensino com abordagem investigativa para o estudo de Funções, participação ativa dos estudantes na construção do conhecimento matemático, exploração de novas alternativas de ensino, saberes compartilhados e aprendizagem com significado. Diante dos desafios propostos pela pandemia (Covid-19), a escola foi encorajada a buscar diferentes estratégias de ensino, tendo que se adaptar e se reinventar, inserindo na sua prática novas ferramentas, com o intuito de garantir o aprendizado. Enquanto pesquisadores, reelaboramos e adequamos a proposta de ensino modificando as formas de apresentação e execução, incluindo o formato online. Assim, concluímos que, a dinâmica das ações, configurou-se em possibilidades e aprendizagens.

Palavras-chave: Sequência de ensino. Ensino por descoberta. Currículo Espiral. Investigação. Pesquisa em ação.

ABSTRACT

Mathematics Education in its pedagogical conceptions has prioritized teaching for the intellectual and sociocultural formation of students, committed to the analytical-deductive, critical, creative and social well-being posture. With this perspective, the present work brings a teaching proposal in an investigative approach by discovery, based on Jerome Bruner's theory and a Spiral Curriculum for the study of Functions, dialoguing with D'Ambrosio, Lorenzato, Skovsmose, Franco, Bardin, Freire, Plato, BNCC and others. This proposal is due to experiential and experiential pedagogical practice, in view of the challenges of the classroom for the teaching and learning process, such as: interpretative, analytical, argumentative and deductive difficulties for problem solving, of relating the mathematical context with everyday problems, the non-understanding of mathematical language, the experiential distancing of the student in relation to the classroom. Thus, the pedagogical proposal consists of presenting actions that encourage students to understand Functions, having them as protagonists of the process, through interaction, participation and sharing of knowledge, aiming to promote a proposal of investigative activity for the study of functions, in a dialogical, interpretive practice and with different world views. In view of this, the implementation of the actions, raised in a sequence of teaching for the study of Functions, through investigative and exploratory activities, promoted by creativity, curiosity, concrete and real situations, describing a culture of meanings. The research consists of a qualitative approach, based on the principles of action research, discussing investigative paths and establishing a pedagogical action. As procedures for data collection, we used the closed and open questionnaire, observation and field notebook; already for analysis of the results, we used the Content Analysis proposed by Bardin, obtaining different learning fruits, such as: construction of a teaching sequence with an investigative approach to the study of Functions, participation students in the construction of mathematical knowledge, exploration of new teaching alternatives, shared knowledge and meaningful learning. Faced with the challenges proposed by the pandemic (Covid-19), the school was encouraged to seek different teaching strategies, having to adapt and reinvent itself, inserting new tools in its practice, in order to ensure learning. As researchers, we rework and adapt the teaching proposal by modifying the forms of presentation and execution, including the online format. Thus, we conclude that the dynamics of actions was configured in possibilities and learning.

Keywords: Teaching sequence. Teaching by discovery. Spiral Curriculum. Research. Research in action.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Tessitura de ideias e concepções	75
Figura 2 – Quadro conceitual para abordagem qualitativa.....	79
Figura 3 – Modelo do convite encaminhado aos discentes pelo WhatsApp.....	81
Figura 4 – Alegoria matemática: moinho de fazer Função (1).....	104
Figura 5 – Cenário de apresentação do projeto para os estudantes.....	127
Figura 6 – Imagem fotográfica de materiais didáticos	131
Figura 7 – Gráfico de Setor com as declarações dos estudantes acerca das dificuldades no estudo de Função.....	133
Figura 8 – Gráfico de Setor com exposição dos motivos que dificultam a compreensão de Função.....	134
Figura 9 – Gráfico de Setor de percentuais de estudantes que mencionaram identificar as aplicações de Função no cotidiano.	136
Figura 10 – Ponto de vista dos estudantes acerca da sequência de ensino com implicações na aprendizagem.....	161
Figura 11 – Mimos de agradecimento e gratidão dedicado aos estudantes	163
Figura 12 – Alegoria matemática: moinho de fazer função (2).....	165
Figura 13 – Momento de interatividade: Jamboard	178
Figura 14 – Representação de função por meio de diagrama	205
Figura 15 – Domínio, contradomínio e imagem no diagrama.....	206
Figura 16 – Análise de função injetiva.....	207
Figura 17 – Análise da função sobrejetiva	208
Figura 18 – Análise da função bijetiva.....	209
Figura 19 – Exemplos de gráficos que representam funções	211
Figura 20 – Análise de uma função.....	211
Figura 21 – Exemplos de gráficos que não representam funções.....	212
Figura 22 – Identificação de uma função	213
Figura 23 – Analisando o domínio da função 1	214
Figura 24 – Analisando o domínio da figura 2.....	214
Figura 25 – Imagens de função crescente e decrescente.....	215
Figura 26 – Identificação dos intervalos de uma função crescente e decrescente..	216
Figura 27 – Gráfico da função afim	217
Figura 28 – Gráfico da função quadrática	217

Figura 29 – Gráfico da função modular	218
Figura 30 – Gráfico da função exponencial	219
Figura 31 – Gráfico da função logarítmica	219
Figura 32 – Gráfico da função seno	220
Figura 33 – Gráfico da função cosseno.....	220
Figura 34 – Gráfico da função tangente	221

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Cronograma das ações pedagógicas	82
Quadro 2 – Resumo da sequência de ensino para o estudo de Função.....	113
Quadro 3 – Apresentação da estrutura do projeto de pesquisa aos estudantes ...	127
Quadro 4 – Devolutiva do formulário dos pais ou responsáveis.....	129
Quadro 5 – Comentários dos pais em relação a proposta de pesquisa	129
Quadro 6 – Comentários dos estudantes acerca da proposta de pesquisa	130
Quadro 7 – Descrição do diálogo dos estudantes pontuando participação e aprendizagem	138
Quadro 8 – Discursos dos estudantes acerca dos impactos positivos da estratégia de ensino aplicada para estudo de Função.....	139
Quadro 9 – Palavras e pensamentos na produtividade do conhecimento	140
Quadro 10 – Declaração dos estudantes acerca do processo de aprendizagem ...	142
Quadro 11 – A compreensão de Função partindo da estratégia investigativa	145
Quadro 12 – Associação de Função com situações do cotidiano mencionado pelos discentes	147
Quadro 13 – Utilização de materiais didáticos para entendimento de Função.....	150
Quadro 14 – Ferramentas digitais: comunicação e interatividade.....	152
Quadro 15 – Aspectos afirmativos da sequência de ensino numa abordagem investigativa	155
Quadro 16 – As contribuições da sequência de ensino na visão dos estudantes...	157
Quadro 17 – Reconhecimento e implicações do trabalho na concepção dos estudantes.....	164
Quadro 18 – Produção dos pôsteres dos estudantes	167
Quadro 19 – Questão matemática trabalhada com os estudantes (1)	171
Quadro 20 – Questão matemática trabalhada com os estudantes (2)	172
Quadro 21 – Questão matemática trabalhada com os estudantes (3)	173
Quadro 22 – Questão matemática trabalhada com os estudantes (4)	174
Quadro 23 – Imagens criadas pelos discentes no GeoGebra	175
Quadro 24 – Materiais lúdicos para o estudo de Função	179
Quadro 25 – Atividades lúdica (1)	181
Quadro 26 – Atividades lúdica (2): Remexo da Função Quadrática.....	185

LISTA DE ABREVIações

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
DCNEB	Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica
LDB	Lei de Diretrizes e Bases
MD	Materiais didáticos
PCN+	Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias)
PNE	Plano Nacional de Educação
2ºCPM-CHMJ	2º Colégio da Polícia Militar Coronel Hervano Macêdo Júnior
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
UFC	Universidade Federal do Ceará
URCA	Universidade Regional do Cariri

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
1.1 Percurso formativo e desafios docentes	18
1.2 Interesse pelo objeto de estudo: vivências e desafios da sala de aula.....	19
1.3 Os componentes que integram o objeto de pesquisa: problematização, questões, objetivos e os caminhos metodológicos.....	20
2 A TEORIA DE JEROME BRUNER – CURRÍCULO EM ESPIRAL E IMPLICAÇÕES PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA.....	25
2.1 A Teoria Cognitivista e sua influência na teoria de Bruner	26
2.2 Teoria da Instrução de Bruner	26
2.3 O currículo em espiral proposto por Bruner e o ensino por descoberta	27
2.4 Concepções do ensino por descoberta defendida por Bruner	28
2.5 Educação: proposta de ensino e o papel da escola	31
2.6 A interação de sentido e significado para o processo de conhecimento e aprendizagem	33
2.7 Papel do professor na articulação do conhecimento	35
2.8 A construção do conhecimento a partir da concepção teórica de Bruner ..	36
2.8.1 <i>Formas de aprendizagens</i>	36
2.8.2 <i>Motivos para aprender</i>	37
2.8.3 <i>Estímulo por descoberta</i>	38
2.8.4 <i>Materiais didáticos</i>	40
2.8.5 <i>Os processos de aprendizagem</i>	41
2.9 A estrutura da disciplina e o conhecimento por descoberta	42
2.9.1 <i>Bases da disciplina</i>	42
2.9.2 <i>Visão heurística da Matemática com aspecto reflexivo</i>	43
2.9.3 <i>Domínio das ideias</i>	44
2.9.4 <i>Maneiras de aprendizagem</i>	45
2.10 Apropriação do conhecimento matemático partindo da concepção de Bruner	45
2.10.1 <i>Apropriação do conhecimento alicerçado na resolução de problemas e na construção de material concreto</i>	46
2.10.2 <i>Desenvolvimento intelectual: pensamento analítico e intuitivo</i>	47

2.10.3 <i>Episódios de aprendizagem: evolução e ensino com excelência</i>	50
2.10.4 <i>Princípios e atitudes relacionados com a aquisição do conhecimento e a sua problematização</i>	51
3 ABORDAGEM DE CONHECIMENTO NUMA RELAÇÃO HISTÓRICA, EXISTENCIAL E CULTURAL	54
3.1 Dialogando com Platão acerca do conhecimento	55
3.2 As especificações da BNCC para a estruturação do conhecimento matemático	57
3.2.1 <i>A Base Nacional Comum Curricular versus Currículo em Espiral</i>	60
4 ENSINO DE MATEMÁTICA NUMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA E PROBLEMATIZADORA NA VISÃO DE D'AMBROSIO, SKOVSMOSE E LOREZATO EM DIÁLOGO COM BRUNER	62
4.1 A dinâmica do acultramento matemático na percepção de D'Ambrosio ...	62
4.2 Matemática crítica na perspectiva de Skovsmose	65
4.3 Ensino por descoberta no processo investigativo com a utilização de materiais didáticos na acepção de Lorenzato	68
4.4 Entrelaçamento de concepções e ideias para desencadear o processo de aprendizagem matemático	71
5 TRAJETÓRIA METODOLÓGICA	77
5.1 Característica da pesquisa numa abordagem qualitativa.....	78
5.2 Local, período e público-alvo da pesquisa	80
5.3 Método de pesquisa: princípios da pesquisa- ação fundamentada numa ação pedagógica	83
5.4 Procedimentos para coleta e análise de dados	87
5.4.1 <i>Instrumentos de Coleta</i>	88
5.4.1.1 <i>Questionário</i>	88
5.4.1.2 <i>Observação</i>	92
5.4.1.3 <i>Caderno de Campo</i>	93
5.4.2 <i>Técnica para análise de dados</i>	94
5.4.3 <i>Legitimação ética da pesquisa</i>	97
5.5 Proposta da pesquisa para o ensino por descoberta no estudo de Função	99
5.5.1 <i>Conceitualização e funcionalidade contextual de Função</i>	101
5.5.2 <i>Produto pedagógico</i>	105
5.5.2.1 <i>Sequência de ensino na concepção de Bruner e Lorenzato</i>	107

5.5.2.1.1 Contribuição do pensamento de Freire na elaboração sequência de ensino	111
5.5.2.2 Detalhamento da sequência de ensino para o estudo de Função.....	112
5.5.2.3 Avaliação da sequência de atividades realizada na sala de aula	122
6 RESULTADOS E DISCUSSÃO	125
6.1 Primeira etapa: Apresentação e aplicação de formulários referente ao projeto de pesquisa	126
6.1.1 Passo 1: Apresentação do projeto de pesquisa à coordenação escolar do 2ºCPM-CHMJ e aos estudantes.....	126
6.1.2 Passo 2: Aplicação de formulários destinados aos pais e estudantes ...	128
6.1.3 Passo 3: Organização e entrega de materiais didáticos aos estudantes	131
6.1.4 Passo 4: Análise da aplicação do questionário acerca dos conhecimentos prévios dos estudantes	132
6.2 Segunda etapa: Análise das atividades desenvolvidas nos encontros e avaliação da sequência de ensino	137
6.3 Análise geral das experiências pedagógicas vivenciadas na proposta de pesquisa.....	165
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	188
REFERÊNCIAS	192
APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO 1 (FECHADO): LEVANTAMENTO DOS CONHECIMENTOS PRÉVIOS DOS ESTUDANTES ACERCA DE FUNÇÃO... 	197
APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO 2 (ABERTO): AVALIAÇÃO DOS ESTUDANTES ACERCA DA SEQUÊNCIA DE ENSINO PARA O ESTUDO DE FUNÇÃO.....	198
APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA OS PAIS OU RESPONSÁVEIS (TCLE) – AUTORIZAÇÃO DOS PAIS.....	200
APÊNDICE D – CONVITE PARA OS ESTUDANTES POSTO NO FORMULÁRIO	203
APÊNDICE E – RESUMO DE FUNÇÕES	204
ANEXO A – TERMO DE ANUÊNCIA OU AUTORIZAÇÃO PARA EXECUÇÃO DE PESQUISA – AUTORIZAÇÃO DA INSTITUIÇÃO ESCOLAR.....	222
ANEXO B – FICHA DE AVALIAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL	223

1 INTRODUÇÃO

O campo da Educação Matemática na sua majestosa missão educativa e investigativa, tem-se produzido, reproduzido, constituído e reconstituído numa dialética interdisciplinar, desenvolvendo instrumentos de ação por meio da pesquisa, descoberta, reflexão, problematização e dialogicidade, assumindo assim, o compromisso sociocultural de buscar e propor alternativas para o desenvolvimento do conhecimento qualitativo para o enfrentamento das dificuldades e desafios referentes ao processo de ensino e aprendizagem, por meio de reflexões e ações pedagógicas desenvolvidas pelo trabalho coletivo e investigativo dos professores, estudiosos e pedagogos, realizados no âmbito educativo, trazendo propostas de ensino inovadoras e motivacionais. Pois, essa ciência comunga com outras áreas do conhecimento, proporcionando reflexão e ação acerca dos problemas do cotidiano, com enfoques teóricos, práticos, contextualizados, intuitivos, dedutivos, abstratos e concretos, ultrapassando barreiras e construindo conhecimentos.

Assim, em seus discursos, a Educação Matemática tem procurado e se empenhado em promover estratégias de ensino para alcançar e atingir seus objetivos com a sociedade, apoiando-se no mundo das informações, das mudanças sociais, políticas e culturais, nos avanços tecnológicos e científicos, na história, na filosofia e na disseminação de competências e habilidades, com visão no entendimento, satisfação intelectual, cidadania e inclusão sociocultural do ser humano nos seus contextos reais, dialógicos e vivências. É nessa direção que D'Ambrosio (2012, p.12-13) ressalta que, "A educação, em especial a educação matemática, bem como o próprio fazer matemático podem ajudar a construir uma humanidade ancorada em respeito, solidariedade e cooperação". Ainda nesse enfoque, autor (1986, p. 37), explica que:

A multiplicidade de enfoques dessa ação, chamada prática de ensino, nos leva a buscar a melhor maneira de atingir um determinado fim, visando o aperfeiçoamento moral e político dos praticantes da ação (agente – professor e paciente – aluno), mediante o manejo de conhecimentos gerais.

Partindo dessa compreensão, o universo matemático está diretamente relacionado com o processo de investigação e descoberta. Assim, estas apresentam enfoques aplicativos e reais para o processo de ensino e aprendizagem. Com base nesse discurso, Ponte (2013, p. 23) destaca que, "O conceito de investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de

aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa”. Desse modo, a Educação Matemática vislumbra novas práticas educacionais, fundamentadas em tendências e concepções por meio de processos conjectural-dedutivo, investigativo, mostrando a importância do ensino por descoberta, de maneira que venha possibilitar o desenvolvimento da matemática pura e aplicada, contribuindo assim, para a formação integral, humana e crítica do estudante e do professor.

Assim, seguindo o percurso de construção, desafio e conhecimento, a Educação Matemática decorre numa abordagem integrativa, interativa e investigativa, com enfoques heurísticos, refletidos por ações, estratégias e metodologias para o desenvolvimento profissional, individual e coletivo dos professores, com a finalidade de intensificar os propósitos da investigação na sala de aula, e que, potencialize o desenvolvimento cultural dos estudantes por meio de uma visão crítica, sinalizando que existe “[...] uma enorme diversidade de lugares e oportunidades para ensinar e aprender matemática” (SKOVSMOSE, 2014, p. 11). Na perspectiva crítica e reflexiva, o autor (2014) comenta que a matemática está em constante movimento, pois a sua produção de conhecimento é gerada a partir da ação, centrada em contextos reais e em conexão com o meio em que se vive.

Tendo em vista essa discussão, Bruner (1998) menciona que o aprendizado se processa pelo meio da curiosidade, exploração, investigação e descoberta, promovendo vivências com significado a partir de contextos culturais. Dentro dessa ótica, o autor destaca que a estrutura fundamental de toda matéria está centralizada no processo de aprendizagem, assegurando que a aquisição da estrutura, percorre um caminho bem mais longo do que aprender técnicas, e que, o currículo em espiral, aborda o conhecimento de forma mais acessível, associado à conhecimentos anteriores combinando as formas de pensar naturais, ocorrendo pela transferência de princípios e atitudes adquiridos, os quais, *a posteriori*, serão ampliados e intensificados. Ele, pontua que, qualquer criança pode aprender de forma íntegra, respeitando suas fases intelectuais e cognitivas. O mesmo (2008, p. 121), mostra que existem dois tipos de virtudes para o encorajamento do descobrimento, uma vez que, “[...] a criança incorporará o que aprende e alocará o que aprendeu no interior do mundo cultural que criou para si. E, [...] a descoberta e a percepção de confiança, que produzem recompensa suficiente em relação ao aprendizado”.

1.1 Percurso formativo e desafios docentes

O envolvimento e admiração pela Matemática, ocorreu desde os anos iniciais da minha formação, de forma lúdica, na qual foram utilizadas pedrinhas e sementes, evidenciando o primeiro contato com o processo de aprendizagem, sendo orientados por meus pais.

A minha formação inicial decorreu em escola pública, pois, tive excelentes professores, embora tenha tido dificuldades na aprendizagem, isso foi devido a minha timidez, dificultando assim, a socialização dos meus saberes com os colegas e professores. Cada vez mais, sinto-me encantada com a Matemática, e de como esta, está tão presente em nosso cotidiano.

Já para o ingresso no ensino superior, fui motivada pelos meus familiares, professores e colegas, dessa forma cursei Matemática pela Universidade Regional do Cariri, e, fiz uma especialização “*Lato Sensu*” em Matemática pela mesma Universidade, depois, outra especialização, em Educação Matemática pela Universidade Federal do Ceará–UFC.

Os caminhos da trajetória profissional foram incorporando aprendizados, ampliando a dinâmica docente e a concepção de educação, mostrando que é um campo de desafios, possibilidades, mudanças, transformações, construção e ação.

Com esse entendimento, comecei a trabalhar como professora, muito cedo, em escola privada, e depois, em escola pública, onde atuo até os dias atuais. Nesse percurso, atuei como professora formadora pela Crede 19; construtora de um espaço apropriado para trabalhar a ludicidade matemática – Laboratório de Matemática; supervisora do PIBIB (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência) pelo IFCE; professora coordenadora de área – PCA; Professora Orientadora de Estudo do Programa Nacional pelo Fortalecimento do Ensino Médio – Pacto pelo Ensino Médio (PNEM) do Ministério da Educação (MEC) vinculado a Universidade Federal do Ceará (UFC) e à Secretaria Estadual de Educação do Ceará (SEDUC); idealizadora de Projetos na Área da Matemática com relevância sociocultural, sendo realizado por meio da pesquisa, investigação e descoberta no 2ºCPM-CHMJ; membro do conselho escolar da mesma unidade escolar. Na carreira docente, atuei no ensino fundamental e médio, mas, atualmente só no ensino médio.

E neste percurso de formação contínua, experiências e desafios, percebo necessidade de ampliar os conhecimentos e buscar estratégias metodológicas para o

enfretamento dos desafios da sala de aula. Assim, busquei participar de novos programas de aperfeiçoamento pedagógicos, tão logo, participei da seleção para Mestrado Profissional em Educação, proporcionado pela Universidade Regional do Cariri–URCA, onde posteriormente, consegui ingressar, com muito esforço, estudos e fé.

Percebo que as vivências do mestrado abrem portas para o conhecimento autorreflexivo, numa perspectiva discursiva e libertadora. Este conhecimento, se dá por meio da formação continuada, que proporciona a inserção do mestrando em campos de estudos que promovem a formação intelectual e humana, fortalecendo a criticidade e a prática pedagógica, possibilitando assim, a construção de novas práxis e ações, comprometidas com o social e cultural coletivo.

Para evidenciar a relação contextual de história e formação, Bruner (1997, p. 115) menciona que, “[...] as vidas e si-mesmos que construímos são os resultados desse processo de construção de significado”. Desse modo, a narrativa da experiência de vida e a prática pedagógica, aprimoram e dignificam a qualidade do trabalho do docente, dando-lhe estrutura para a condução e enfretamento dos desafios do cotidiano, com o comprometimento político, social e cultural na sua missão educativa.

1.2 Interesse pelo objeto de estudo: vivências e desafios da sala de aula

Por meio da fusão histórica, conhecimentos, experiências, desafios e perspectivas, que descrevo o encantamento pela matemática, destacando o interesse, relevância e escolha pela temática acerca do Estudo de Função, pois, é um conteúdo que apresenta um vasto campo de aplicabilidade, mas, o desafio é levar essa compreensão para que o estudante possa fazer conexão com o cotidiano, mostrar que é base para entendimento de outros conteúdos, estimular o interesse pelo conteúdo de Função e descortinar a importância deste por meio de contextos interdisciplinares; assim, é com esse olhar, que direciono o estudo, com vista nessa problematização de sala de aula, dificultando o processo de aprendizagem dos educandos.

É com base nesse entendimento de professora pesquisadora, que descrevo a conexão do conhecimento com experiências e descobertas, articulando problemas e desafios, e, ao mesmo tempo, buscando promover estratégias metodológicas de ensino para a efetivação do processo de aprendizagem, integrando-se ao mundo das comunicações e das vivências, com o objetivo de formar cidadãos pensantes e comprometidos com o meio que estão inseridos.

1.3 Os componentes que integram o objeto de pesquisa: problematização, questões, objetivos e os caminhos metodológicos

A escola, na sua organização curricular, tem incorporado várias estratégias e ferramentas pedagógicas com o intuito de favorecer o conhecimento, corresponder às expectativas socioculturais dos estudantes e suas relações com o espaço vivencial, por meios de recursos audiovisuais, materiais didáticos manipuláveis, sequências de ensino, resolução de problemas dinamizados pela ludicidade, ferramentas tecnológicas, atividades laboratoriais e outros, mas, mesmo assim, as instituições de ensino se deparam com uma série de demandas vivenciadas na sala de aula que desarticula o processo de ensino e aprendizagem, tal como, a incompreensão na interpretação, organização e resolução de problemas nos contextos matemáticos, assim sendo, são obrigadas a reverem seus currículos e práticas aplicadas na sala de aula. Deste modo, busca-se excelência em seus resultados, intervindo com propostas de ensino que auxiliam na interpretação, leitura e no desenvolvimento de habilidades voltadas para resolução de problemas centrados em diferentes contextos, valorização do cotidiano dos estudantes. “A educação tem, então, de ser não só um processo de transmissão da cultura, mas também um que produza visões alternativas do mundo e fortaleça a vontade de explorá-lo” (BRUNER, 2008, p. 116).

Dentre muitas problemáticas que interferem na aprendizagem dos estudantes percebidas em situações reais de sala de aula, baseadas em nossa experiência profissional, destacamos, principalmente: a deficiência interpretativa e argumentativa para resolução de problemas, a falta de motivação por não compreenderem a importância e aplicabilidade matemática no cotidiano, a incompreensão da linguagem matemática, e, o distanciamento da matemática com a realidade. São alguns dos desafios constantes que acompanham os nossos trabalhos dentro da sala de aula de matemática. Todas essas dificuldades provocam inquietações e despertam o interesse de buscarmos alternativas de ensino que possam auxiliar no desenvolvimento das aprendizagens e melhorias dos rendimentos escolares dos estudantes.

Em relação a essa realidade, documentos legais mais recentes que norteiam a educação brasileira, como a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2017) estabelece que é preciso garantir o desenvolvimento de competências e habilidades específicas que despertem nos alunos processos e reflexão e abstração. Esta Lei

normatiza que o ensino de matemática precisa promover a formação criativa, analítica, indutiva, dedutiva e sistêmica que ofereça aos jovens estudantes a capacidade de tomadas de decisões na solução de problemas do cotidiano amparado pela ética e o bem comum (BRASIL, 2018).

Na mesma linha do discurso da legislação anterior entendemos que para que o ensino da Matemática alcance seus objetivos, deve favorecer aos discentes uma proposta de atividade investigativa, levando-os a uma prática da interpretação e leitura do mundo matemático em consonância com o meio em que estão inseridos. Nesse sentido, Freire (1996, p. 123) salienta que, “Respeitar a leitura de mundo do educando significa tomá-la como ponto de partida para a compreensão do papel da *curiosidade*, de modo geral, e da humana, de modo especial, como impulsos fundantes da produção do conhecimento”.

Acerca dessa discussão, Bruner (1998) afirma que, a prática investigativa enfatiza o ensino por descoberta (entendemos que nesta concepção exige-se do estudante uma participação ativa na busca do conhecimento). Lorenzato (2010) acentua que a prática investigativa viabiliza mecanismos materializados por meios de atividades sequenciais com uso de instrumentos manipuláveis, propiciando a geração do conhecimento matemático. Este autor diz que os materiais didáticos ressignificam a prática de sala de aula trazendo benefícios interpretativos e analíticos, além de auxiliar no desenvolvimento de conjecturas.

Em virtude das vivências de sala de aula, e, em observação à compreensão e entendimento dos educandos a respeito do conteúdo de função, referindo-se a linguagem, leitura, interpretação, resolução e conexão com a realidade, a pesquisa apresenta estratégias pedagógicas, com vista ao desenvolvimento intelectual, formativo e humano, numa abordagem investigativa, participativa e dialógica, por meio da curiosidade e da aprendizagem por descoberta, envolvendo e integrando os estudantes no processo de aprendizagem com significado. Assim, o objeto de estudo envolveu estudantes de única turma do 2º Ano do Ensino Médio do 2ºCPM-CHMJ.

Partindo destes pressupostos, como ponto de partida, buscamos entender neste trabalho as seguintes questões de pesquisa:

1. Quais são os saberes e experiências sobre funções utilizados pelos estudantes em situações do cotidiano, que têm implicações no processo de aprendizagem?

2. Quais são os desafios decorrentes no contexto escolar dos estudantes, para a compreensão do estudo de funções, com vista numa aprendizagem participativa, dialógica, e, com significados para formação humana?
3. De que forma uma sequência de ensino poderá auxiliar na aprendizagem dos estudantes sobre o estudo de funções, modelado pela investigação, para o processo de ensino por descoberta?
4. Como viabilizar o acesso dos professores e estudantes, às atividades da sequência de ensino, acerca de funções construída, a partir do resultado da pesquisa?

Desta forma adotamos a teoria humanista de Jerome Bruner como sustentação teórica desta dissertação. Este autor defende que as práticas da sala de aula ganham sentido e significado quando são fundamentadas em contextos investigativos e contextualizados. Ele afirma que por meio de um processo investigativo, os conteúdos abordados no cotidiano escolar têm a incumbência de tratar os problemas contextuais matemáticos de forma dinâmica, reflexiva e criativa, projetando uma sequência de atividades desencadeando o ensino por descoberta.

Partindo desse entendimento de desafios, vivências e investigação, a pesquisa tem como objetivo principal analisar uma sequência de ensino para apoiar o estudo de funções, sustentada pela teoria de Bruner por meio do ensino por descoberta e em espiral, em direção a uma perspectiva investigativa. Com isso, para delinear a pesquisa e responder os questionamentos, foram elencados os seguintes objetivos específicos:

1. Identificar os saberes dos estudantes acerca de Funções, por meio de conceitos alternativos no contexto matemático, relacionados com situações do cotidiano.
2. Elaborar atividades que integre o diálogo da matemática com a realidade do estudante, para a promoção de novos saberes e conhecimentos, visando a aprendizagem com significado, para formação de ser no mundo.
3. Desenvolver uma sequência de ensino para apoiar o estudo de Funções, embasada no ensino por descoberta, por meio de um currículo em espiral com caráter investigativo.

4. Elaborar como produto educacional, uma revista pedagógica, apresentando a sequência de ensino para o estudo de Funções, com abordagem didática do ensino investigativo por descoberta.

É na luz dessa compreensão, que se faz importante buscar alternativas pedagógicas que inter cruzem teoria, prática, ação e inovação, de modo que a Matemática dialogue com o cotidiano, sinalizando uma melhoria contínua no processo de conhecimento e aprendizagem. Assim, é nessa perspectiva que a construção da sequência de ensino para o Estudo de Função está fundamentada, com implicações e enfoques qualitativos e promocionais para aprendizagem por descoberta proposta por Jerome Bruner.

Dentro dessa perspectiva, a BNCC (2017, p. 468) mostra que, a flexibilização e a organização do currículo devem permitir a construção de “[...] propostas pedagógicas que atendam mais adequadamente às especificidades locais e à multiplicidade de interesses dos estudantes, estimulando o exercício do protagonismo juvenil e fortalecendo o desenvolvimento de seus projetos de vida”. Desse modo, o ensino da matemática precisa estar em consonância com o mundo real, promovendo respeito, saberes e novas aprendizagens.

Decorrendo nesse caminho de investigação e descoberta, a pesquisa foi alavancada por uma abordagem qualitativa, delineada pelo método da pesquisa-ação, fundamentando-se em princípios da ação pedagógica. Nessa visão, Pimenta e Franco (2014, p. 119) mencionam que, a ação pedagógica é “[...] uma ação planejada a partir de determinadas questões, desafios e problemas, enfrentados pelos sujeitos do processo (no caso, administradores, professores e alunos) na área pedagógica, visando superá-los”. As autoras (2014) destacam que, a característica fundamental desse princípio é a flexibilidade, pois, organiza-se a partir de diagnóstico inicial, com definição de metas e objetivos, objeto de estudo, metodologia e por fim, das formas de acompanhamento do processo.

Nessa direção, a pesquisa buscou esclarecer, compreender e propor ações de como o ensino por descoberta contribui positivamente na vida intelectual dos discentes, e de como se efetua para a superação nas dificuldades da aprendizagem, e ao mesmo tempo, propõe aos pesquisadores um aprimoramento de suas práticas educativas. Desse modo, a proposta se estabelece numa ação pedagógica, ancorada pela investigação-ação, partindo da prática docente e na superação dos desafios do

cotidiano escolar, priorizando os reveses pedagógicos para o planejamento de estratégias que possibilitem não só diagnosticar as situações problemas, mas propor mudanças no contexto pesquisado (FRANCO; PIMENTA, 2018).

Para produção e compreensão da pesquisa, tendo em vista suas especificidades, organizamos em capítulos, da seguinte maneira:

Capítulo 1. Introdução: Educação Matemática como um campo de ação, aproximação da pesquisadora com a temática abordada, relatos de experiência de vida e profissional, objeto de estudo, questões norteadoras, objetivo geral e específicos, desafios do ensino da matemática, problematização e relevância da temática para aprendizagem dos estudantes; **Capítulo 2.** Referencial teórico: A Teoria de Jerome Bruner – currículo em espiral e as implicações para o ensino da Matemática; **Capítulo 3.** Abordagem de conhecimento numa relação histórica, existencial e cultural; **Capítulo 4.** Ensino de matemática numa abordagem investigativa e problematizadora na visão de D’Ambrosio, Skovsmose e Lorenzato em diálogo com Bruner; **Capítulo 5.** Trajetória metodológica; **Capítulo 6.** Resultados e discussão; **Capítulo 7.** Considerações finais, centrada nos objetos, nas questões norteadoras, no objeto de estudo e no produto educacional, apresentando implicações para o processo de aprendizagem.

No capítulo seguinte, trataremos do referencial teórico sob o olhar da Teoria de Instrução de Jerome Bruner, tendo em vista, elementos que dão consistência para o delineamento do processo de aprendizagem com significado, abordando o ensino por descoberta numa abordagem investigativa e o currículo em espiral.

2 A TEORIA DE JEROME BRUNER – CURRÍCULO EM ESPIRAL E IMPLICAÇÕES PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

Neste trabalho de dissertação abordaremos a Teoria de Bruner¹ como referencial teórico, com o objetivo de mostrar que, o desenvolvimento intelectual da criança se processa através do encorajamento do ensino por descoberta, ela é motivada pela curiosidade, pesquisa e investigação, tendo como foco principal uma aprendizagem com significado. O modelo apresentado por Jerome Bruner propõe uma aprendizagem sequencial de ensino por meio da descoberta, baseando-se no estudo de alternativas e instruções que tendem a facilitar o processo da aquisição do conhecimento dos estudantes e de como o processo se efetua, tendo em vista, o respeito aos contextos que cada indivíduo está inserido.

Bruner propõe o método de ensino por descoberta. Ele entende o conhecimento por meio da estruturação das disciplinas, exigindo o uso de metodologias que envolvam os estudantes no processo de aprendizagem utilizando mecanismos que favoreçam a pesquisa científica e a integração no meio sociocultural.

O contributo heurístico de Bruner foi a teoria da aprendizagem, ressaltando o ensino por descoberta e o desenvolvimento cognitivo da criança destacando que, qualquer assunto pode ser ensinado com eficiência a qualquer criança, respeitando as fases de desenvolvimento e os modos de pensar. Na visão de Bruner (1998), o processo de aprendizagem vai se formando ao longo do tempo do contexto histórico do indivíduo, daí percebemos a importância da construção de um Currículo Espiral, apontando que deve ser construído a partir dos grandes temas, princípios e valores de uma sociedade, baseado na experiência através da manipulação de símbolos e da linguagem. O Currículo Espiral, para ele, possibilita o desenvolvimento do processo de aprendizagem na escola com a objetivação de integrar as formas de aprendizagens com estratégias dialógicas entre estudante, conteúdo e professor.

Abaixo, aprofundaremos mais aspectos conceituais da teoria de Bruner sobre teoria cognitivista, currículo em espiral, aprendizagem por descoberta.

1 Nasceu em 01 de outubro de 1915 em Nova York nos EUA. Foi psicólogo e pedagogo; tornou-se professor de psicologia passando a ser reconhecido internacionalmente por seus trabalhos na Área de psicologia cognitiva e da investigação psicopedagógica, fazendo referência aos processos de educação em vários contextos.

2.1 A Teoria Cognitivista e sua influência na teoria de Bruner

A corrente cognitivista sublinha o processo de cognição e procura mecanismos internos e externos para explicar o que ocorre com a mente humana em função do aprendizado e de como se procede à estruturação do conhecimento, tendo em vista o meio pelo qual o indivíduo reside. Esta corrente está pautada no processo de compreensão, transformação, na utilização e armazenamento de informação e no processo mental.

Jerome Bruner foi psicólogo e dedicou grande parte de seus estudos a área da psicologia cognitiva, ao desenvolvimento da inteligência na sua relação com a memória, o pensamento e a linguagem, e, a investigação psicopedagógica, sendo provocado e motivado a praticar uma ampla abordagem pluridisciplinar em outras áreas do conhecimento. O autor foi guiado por um propósito construtivista (metodologia baseada na concepção de Piaget, onde o conhecimento é adquirido a partir do meio em que o sujeito está inserido), ressaltando que a apropriação pessoal de todo o elemento cognitivo, era necessário passar pela autodescoberta e pela assimilação inventiva. Isso significa que, um indivíduo tem a capacidade de absorver qualquer tipo de informação nova, mesmo apresentando dificuldades de compreender ou manusear, pois, tende a se adequar para conhecer, devendo levar em consideração as condições sociais e individuais de cada sujeito.

Fonseca (2018) evidencia que o dimensionamento cognitivo introduzido por Bruner resultou num modelo de ensino que enfatizou os processos de facilitação cognitiva. Este autor evidencia que, a aprendizagem pode ser estimulada quando se valoriza o trabalho cooperativo, a dinâmica de grupo, a descoberta guiada, a ajuda recíproca, a responsabilização individual, a reflexão conjunta, o estímulo a reciprocidade, a valorização da integração e inclusão de todos os estudantes com dificuldades desenvolvimentais e intelectuais.

2.2 Teoria da Instrução de Bruner

Para a estruturação do processo de ensino e aprendizagem com significado, Bruner realizou pesquisas memoráveis que deram suporte para a confecção de um currículo embasado nas observações, descrições, estudos, experimentações e experiências, expondo regras, relações, descrições e formas de efetivação para o desenvolvimento intelectual e humano dos estudantes, e, para a aquisição do

conhecimento, enfatizando a importância da linguagem, cultura e o estágio cognitivo de cada indivíduo.

Nesse entendimento, a Teoria de Bruner (2006, p. 51-52), apresenta natureza descritiva e normativa, proferindo que:

[...] é prescritiva, no sentido de que expõe regras com relação à forma mais efetiva de adquirir um conhecimento ou habilidade. Dessa maneira, fornece um campo para crítica ou avaliação de qualquer meio particular do aprendizado ou ensino.

[...] é normativa. Ela propõe critérios e determina as condições para encontrá-los. Os critérios devem ter um alto grau de generalidade [...].

Conforme Bruner (2006, p.52–53) a Teoria da Instrução apresenta quatro características principais, ocupando-se com o aprendizado e desenvolvimento, pontuando que:

1. [...] deve especificar as experiências que mais efetivamente imbuem o indivíduo da predisposição do aprender (entendido como aprendizado geral ou um tipo específico de aprendizado).
2. [...] tem que especificar as formas nas quais um corpo de conhecimento deve ser estruturado, para que ele possa ser entendido mais rapidamente pelo aprendiz. A “estrutura ótima” se refere ao conjunto de preposições a partir dos quais um amplo conhecimento pode ser gerado, e é característico que a formulação de tal estrutura dependa do estado de avanço de uma determinada área do conhecimento.
A estrutura precisa sempre estar relacionada à situação social e ao dom do aprendiz.
3. [...] deve especificar as sequências mais efetivamente para apresentar os materiais a serem aprendidos.
4. [...] deve explicar minuciosamente a natureza e o ritmo das recompensas e punições no processo de aprender e ensinar. Intuitivamente, parece claro que, à medida que o aprendizado progride, há um ponto no qual é melhor substituir as recompensas extrínsecas, como o elogio do professor, por recompensas intrínsecas inerentes à resolução de problema por parte do aluno.

Assim, a partir do exposto, entendemos a relevância do estudo e as contribuições de Bruner para o ato de ensinar e aprender, indicando caminhos que encorajem professores e estudantes nesse percurso de significados, entendido como educação.

2.3 O currículo em espiral proposto por Bruner e o ensino por descoberta

O processo de aprendizagem vai-se construindo a partir dos movimentos históricos, com isso, demanda modificações estruturais do currículo. O currículo espiral possibilita a integração dos estudantes no campo do conhecimento, partindo de conceitos ou ideias mais simples para as mais complexas. Bruner (2008, p. 109 – 110) aponta que:

[...] um currículo espiral, no qual as ideias são apresentadas primeiramente de forma e linguagem honesta, embora imprecisa, que pode ser entendida por crianças, ideias que podem ser posteriormente revisitadas com grande precisão e potência, até que finalmente o estudante alcance a recompensa do domínio. [...] o conteúdo pode ser ensinado a quaisquer indivíduos, em qualquer idade de forma justa.

O currículo espiral declara que, qualquer ciência pode ser ensinada, de maneira simples e criativa, tendo o cuidado de traduzir o material para as formas lógicas, atrativas e estimulantes, destacando que, a matéria pode ser ensinada em qualquer idade de forma genuína, podendo futuramente, os tópicos estudados, serem retomados e aprofundados. Partindo dessa abordagem, Bruner (2015, p. 67) salienta que, “[...] qualquer matéria pode ser ensinada de forma honesta a qualquer criança – , então o currículo deve ser elaborado à volta dos grandes problemas, princípios e valores que a sociedade considera dignos de contínua preocupação por parte dos seus membros”. Na visão do autor (2015), ensinar de forma honesta, significa, configurar o ensino aos modos pensantes da criança em crescimento, desmistificando o conteúdo para que se torne apresentável, levando ao entendimento, só assim, é possível desde cedo, adquirir noções e métodos, o que mais tarde, torná-la-á uma pessoa instruída.

Na concepção de Bruner (1998), o processo de descoberta pode ser incentivado a partir da Resolução de Problemas de modo que o estudante seja inserido num contexto de pesquisa e investigação, para que possa ampliar a sua capacidade cognitiva, reflexiva e analítica em prol do conhecimento significativo. Illeris (2013, p. 189) enfatiza que, “[...] o importante é que os significados proporcionam uma base para trocas culturais”.

Assim, a ideia introduzida por Bruner sobre o Currículo em Espiral consiste em mostrar que, os estudantes devem primeiro aprender o básico sobre um assunto, e com a continuidade dos estudos podem visitar o que já foi visto, com a incorporação de novos conhecimentos em formatos mais complexos, desenrolando-se num modelo de espiral.

2.4 Concepções do ensino por descoberta defendida por Bruner

A concepção teórica de Bruner discorre em torno do ensino por descoberta numa visão participativa e sequencial do conhecimento, em que prioriza a exploração de alternativas e o currículo espiral, permitindo ao estudante diferentes formas de aprendizagens sendo permeado por um ambiente propício para a descoberta. Bruner

(2008, p. 92) sinaliza que, “[...] na descoberta, [...] auxilia a criança a aprender uma variedade de formas para resolver problemas e transformar a informação para melhor utilização, ou seja, ajuda a aprender como lidar com a tarefa de aprender”.

Interpretamos que, o ensino por descoberta na área da matemática propõe uma aprendizagem ativa, manipulativa e estimuladora, refinando o gosto dos estudantes no ato de descobrir por natureza própria, encorajadas pela curiosidade e pela linguagem enigmática das relações matemáticas estruturais com as práticas do cotidiano. Bruner (2008, p. 103), ressalva “[...] que a descoberta em matemática é um coproduto do ato de tornar as coisas mais simples”.

No tocante ao ensino da matemática, o processo da descoberta pode ser fomentado através da resolução de problemas práticos, em que os instrumentos concretos são incorporados às vivências e experiências dos estudantes. Nesta perspectiva, Bruner (2008, p. 103), considera quatro aspectos importantes para o ensino e aprendizagem da matemática:

O primeiro tem relação com o papel do descobrimento [...]. O segundo aspecto, é a intuição [...]. O terceiro é a matemática como uma linguagem analítica, que deverá se concentrar no problema de translação das ideias intuitivas em matemática. O quarto e último aspecto é a questão da prontidão.

De acordo com Bruner, a descoberta promove aprendizado com significação, dando condição a manipulação e representação do problema, ativando o raciocínio, e, resgatando e recriando experiências; a intuição representa um ato de entender o significado do propósito do problema sem que haja uma confiança explícita no apetrecho daquilo que se executa; para a transmissão e compreensão da estrutura do problema, faz-se necessário utilizar uma linguagem acessível para o entendimento e apropriação da temática para os indivíduos que se quer ensinar; a prontidão é caracterizada por intenções e habilidades em transpor a ideia em linguagem com conceitos acessíveis mediante a faixa etária dos estudantes, com a função de que o conteúdo pode ser ensinado a qualquer pessoa, respeitando a idade de maneira justa e honesta, respeitando o estágio cognitivo (BRUNER, 2008).

Para o processo de ensino e aprendizagem, Bruner (2008, p. 89), destaca quatro benefícios que são resultados da experiência de aprender mediante as descobertas que os indivíduos fazem sobre si e o meio que estão inseridos, como “[...] a elevação do potencial intelectual, a passagem das recompensas extrínsecas para

intrínsecas, o aprendizado da heurística do conhecimento e o auxílio da conservação da memória”.

O ensino por descoberta é caracterizado pela pesquisa e a investigação, na qual os estudantes são motivados pela curiosidade, proporcionando a interpretação, leitura e resolução de problemas, com isso, matematicamente, são encorajados a elaborar, conjecturar, construir modelos que permitam o desenvolvimento de habilidades, que posteriormente, serão denotados como significativos para formação intelectual e existencial dos estudantes. Bruner (1998) ressalta que, o ensino por descoberta se dá quando o professor expõe ferramentas necessárias para que o estudante, por si mesmo, procure aprender considerando o que seja importante para sua vida, propondo oportunidades de construir o conhecimento considerando as suas potencialidades e o grau de entendimento, respeitando os estágios de desenvolvimento. Nesse contexto, o discente é participante ativo da resignificação e construção do conhecimento. De acordo com os estudos de Piaget, Bruner (1998, p.52–54) destaca três estágios importantes no desenvolvimento intelectual da criança:

- Primeiro estágio - [...] consiste sobretudo em estabelecer relações entre a experiência e a acção; a preocupação é manipular o mundo através desta última. Corresponde aproximadamente ao período entre o primeiro desenvolvimento da linguagem e o ponto em que a criança aprende a manipular os símbolos.
- Segundo estágio – a criança encontra-se na escola – é o das operações concretas. [...] este estágio é operatório. Uma operação é um tipo de acção; pode ser diretamente levada a cabo pela manipulação dos objetos, ou interiormente, como quando se utilizam os símbolos que, no nosso espírito, representam objetos e relações.
- Terceiro estágio – atividade intelectual parece agora baseia-se numa capacidade para operações com proposições hipotéticas, e vez de estar limitada pela própria experiência ou por aquilo que tem à sua volta. As operações intelectuais parecem agora predicamentar segundo as mesmas operações lógicas, próprias de um matemático, de um cientista ou de um pensador abstracto.

Numa percepção reflexiva, os métodos de ensino devem aproximar os estudantes dos aspectos teóricos com a prática escolar, mostrando a relevância da disciplina e da sua estruturação para a compreensão e desenvolvimento de atitudes e habilidades no processo de escolarização. Bruner (1998, p. 41- 42) salienta que, “[...] os currículos e métodos de ensino se devem ajustar à transmissão das ideias fundamentais de qualquer disciplina que está a ser ensinada. [...] o método da descoberta não precisa de se limitar a disciplinas tão formalizadas como a matemática e a física”.

Bruner (1998), destaca quatro afirmações que se pode relacionar ao ensino da estrutura fundamental:

A primeira é que aprender os elementos básicos torna a disciplina mais compreensível. O segundo ponto relaciona-se com a memória humana. Terceiro, uma compreensão dos princípios e das ideias fundamentais [...] [...] é ter aprendido não só a noção específica, mas também um modelo para compreender outras ideias semelhantes que se possam encontrar. A quarta [...] realçar a estrutura e os princípios de ensino [...] [...] minimizar o hiato entre o conhecimento “avançado” e “elementar” (ibid., p. 43).

2.5 Educação: proposta de ensino e o papel da escola

Na visão de Bruner (2015), a escola exerce um papel muito importante na vida dos estudantes, por isso, esta, juntamente com a equipe de professores, gestores e agentes educacionais, precisa oferecer um bom ensino, de forma que tenha significado para formação humana e intelectual. Na sua visão, a escola deve oportunizar o estudante a desenvolver suas habilidades, propor atividades integrativas, dinâmicas, compartilhadas e cooperativas, com o objetivo de aproximação, apropriação, desenvolvimento, respeito mútuo e união aos que apresentam um déficit na aprendizagem, e, integrando todos os discentes, ou seja, os que sabem mais e os que sabem menos, envolvendo em práticas que impliquem no desenvolvimento coletivo.

Bruner (2006), expressa que a escola deve estar locada dentro do contexto real, dando atenção às relações de convivências, conhecimento, aprendizagem, obrigações, direitos, problemas e cultura, de forma que possa produzir uma geração analítica, pensante e atuante, fundamentando-se em práticas que envolvam contextos em ação, com vista a novas perspectivas.

A escola, na sua função educadora, conscientizadora e com práticas sociais designativas, com vista ao conhecimento analítico e reflexivo, deve auxiliar e cultivar seus objetivos comprometidos com a formação de seus cidadãos. Com base nessa alternativa, Bruner (2015, p. 35) fala que, não basta a escola cultivar a excelência, mas é preciso ajudar os estudantes a atingirem o “[...] seu máximo desenvolvimento intelectual”, mas, contribuir para o “[...] desenvolvimento social e emocional”.

A escola, enquanto instituição social, traça objetivos e metas para se estabelecer e atender a sua clientela, e assim, vai traçando valores, princípios e formando caráter, respeitando todas as formas de viver. Nesse contexto, a escola vai cumprindo o seu compromisso social, intelectual e democrático. Bruner (2015, p. 35)

ressalta que, “A construção dos currículos tem lugar num mundo em que as condições sociais, culturais e políticas estão em mudança e alteram continuamente aquilo que rodeia a escola e os seus objetivos, bem como os seus alunos”.

Bruner (2008), diz que a escola é uma extensão coletiva da experiência por descoberta, onde se vai ajustando, acomodando, modelando e reinventando as práticas educativas por meio da união da teoria e com a prática do cotidiano, por isso, os conteúdos curriculares precisam estar em consonância com o desenvolvimento dos estudantes, mostrando-lhes significados vivenciais. Bruner (2008, p. 117) evidencia que:

A escola é a entrada na vida da mente. É, com certeza, a vida por si e não meramente uma preparação para vida. É uma forma especial de viver e cuidadosamente planejada para fazer o máximo por esses anos tão moldáveis que caracterizam o desenvolvimento do *homo sapiens* e distinguem nossa espécie das outras. A escola deve produzir mais do que uma continuidade com a comunidade mais ampla ou com a experiência diária. Ela é, primeiramente, a comunidade especial em que se experimenta a descoberta por meio da utilização da inteligência, em que se entram domínios novos e inimaginados da experiência, que é mão contínua em relação ao que já foi vivido.

Para uma proposta de ensino atingir os objetivos almejados, na visão de Bruner (2015), deve conter mecanismos que proponham o desenvolvimento integral, tendo como foco o respeito, a autonomia, a participação e a democracia. Desta forma, deverá proporcionar o desenvolvimento sociocultural e intelectual de seus sujeitos, para que estes sejam capazes de criar e recriarem as suas histórias de vida. Desse modo, o autor (2015, p. 35–36) afirma que, “Se todos os alunos forem auxiliados a utilizarem plenamente as suas capacidades intelectuais, teremos melhores hipóteses de sobreviver como democracia, numa época de enorme complexidade tecnológica e social”, tendo como princípio a formação de sujeitos pensantes, e que futuramente, possam gerar mudança no meio em que estão inseridos.

Por conseguinte, o ensino deve objetivar a exaltação da aprendizagem com significado, oferecendo às crianças e jovens oportunidades e motivos de protagonizarem e lutarem por ideias que mudem e transformem suas formas de viver, almejando a participação ativa e consciente (BRUNER 2006; FREIRE, 2011).

2.6 A interação de sentido e significado para o processo de conhecimento e aprendizagem

Na construção do conhecimento, os seres humanos estão imersos num espaço de diálogos históricos, sociais e culturais, constituídos pela linguagem, pensamento, ação e mundo; E, é por meio dessa relação de experiência e vivência que, os sujeitos interagem, internalizam e dão significados ao universo individual e coletivo. Moreira (2019) destaca que, a interação é um intercâmbio interno com o meio externo, resultando numa relação social para aquisição de significado. Com base nesse pressuposto, Franco (2014, p. 93 – 94) menciona que, “[...] homem é um sujeito datado, atrelado às determinações de sua estrutura biológica e de sua estrutura histórica”.

Segundo Moreira (2011), os desenvolvimentos dos processos cognitivos do ser humano não podem ser compreendidos sem antes se fazer uma referência ao contexto social que este está inserido. Assim, o desenvolvimento desses processos ocorre por meio da mediação de instrumentos e signos, os quais são criados em meios sociais, culturais e históricos. O autor (2019, p. 109) explica que, “As palavras, por exemplo, são signos linguísticos, os números são signos matemáticos; a linguagem, falada e escrita, e a matemática são sistemas de signos”. Seguindo essa prerrogativa, ele menciona que:

Um instrumento é algo que pode ser usado para fazer alguma coisa; um signo é algo que significa alguma outra coisa. Existem três tipos de signos: 1) indicadores, são aqueles que têm uma relação de causa e efeito que significam [...]; 2) icônicos, são imagens ou desenhos daquilo que significam; 3) simbólicos, são os que têm uma relação abstrata com o que significam (MOREIRA, 2019, p. 109).

Nesse sentido, Bruner (1997) comenta que, os significados são valores que conferimos ao mundo que vivemos, por meio da compreensão, produção, cultura e dos modos narrativos. Assim, Illeris (2013, p. 189) declama que “A criação de significados envolve situar encontros com o mundo em seus contextos culturais apropriados, para entender “o que significam””.

Desse modo, a ideia de significado está relacionada a interação dos sujeitos com seus mundos narrativos, onde aprendem e produzem significados. Bruner (1997, p. 66) salienta que significado é:

[...] um fenômeno culturalmente intermediado que depende da existência prévia de um sistema compartilhado de símbolos. [...] significado depende

não apenas de um sinal e de um referente, mas também de um *interpretante*, uma representação do mundo em termos da qual o relacionamento sinal-referente é intermediado. [...] símbolo depende de um sistema de sinais, de modo que a relação de um sinal com seu referente é arbitrária e governada apenas por sua posição dentro do sistema de sinais que define o que ele “representa”. Nesse sentido, os símbolos dependem da existência de uma “linguagem” que contenha um sistema de sinais ordenado ou governado por regras.

Acerca de sentido e significado, Vygotsky (2009) salienta que, ambas apresentam suas peculiaridades, assim, são diferentes. Mediante essa afirmação o autor (2009, p. 465) esclarece que:

A primeira, que é fundamental, é o predomínio do sentido da palavra sobre o seu significado na linguagem interior. Paulham prestou um grande serviço à análise psicológica da linguagem ao introduzir a diferença entre sentido e significado. Mostrou que o sentido de uma palavra é a soma de todos os fatos psicológicos que ela desperta em nossa consciência. Assim, o sentido é sempre uma formação dinâmica, fluida, complexa, que tem várias zonas de estabilidade variada. O significado é apenas uma dessas zonas do sentido que a palavra adquire no contexto de algum discurso e, ademais, uma zona mais estável, uniforme e exata. [...] em contextos diferentes a palavra muda facilmente de sentido. O significado, ao contrário, é o ponto imóvel e imutável que permanece estável em todas as mudanças de sentido da palavra em diferentes contextos.

Com base na compreensão de Vygotsky (2009, p. 398), o significado da palavra é uma configuração mais simples da unidade do pensamento e da linguagem, assim, “[...] o significado é um traço constitutivo indispensável da palavra. É a própria palavra vista no seu espaço interior”. Pois, “A palavra desprovida de significado não é palavra, é um som vazio”.

Fundamentando-se na concepção de Vygotsky (2009, p. 398), o significado da palavra consiste ao mesmo tempo em:

[...] um fenômeno de discurso e intelectual, mas isto não significa a sua afiliação puramente externa a dois diferentes campos da vida psíquica. O significado da palavra só é um fenômeno de pensamento na medida em que o pensamento está relacionado à palavra e nela materializada, vice-versa: é um fenômeno de discurso apenas na medida em que o discurso está vinculado ao pensamento e focalizado por sua luz. É fenômeno do pensamento discursivo ou da palavra consciente, é a *unidade* da palavra do pensamento.

À luz desse entendimento, Bruner (1997, p. 67) postula que, “O significado *simbólico* depende então de alguma forma crítica, da capacidade humana de interiorizar tal linguagem e utilizar seu *sistema* de sinais com um interpretante nesse relacionamento em que uma parte representa a outra”. Desse modo, o autor (p. 69) diz que, “Antes da linguagem, esses significados existem de uma forma primitiva”, por

meio das representações de mundo usando várias formas de linguagens, “[...] cuja realização plena depende da ferramenta cultural da linguagem”. Assim, a linguagem é um instrumento de interação formada por regras e significados, não só em contextos escritos, mas em contextos vivenciais, por meio do conhecimento e leitura de mundo (FREIRE, 2011).

Partindo desse pressuposto, Rego (2014, p. 69) explica que, “[...] o aprendizado da linguagem escrita envolve a elaboração de todo um sistema de representação simbólica da realidade”. Nesse sentido, a autora (p.71), sublinha que:

[...] o desenvolvimento pleno do ser humano depende do aprendizado que realiza num determinado grupo social, a partir da interação com outros indivíduos. [...] o aprendizado é o aspecto necessário e universal, uma espécie de garantia do desenvolvimento das características psicológicas e especificamente humanas e culturalmente organizada.

Portanto, sentido e significado estabelecem significações diferentes, mas, juntas, são importantes para o processo de aprendizagem, explicitando o conhecimento por meio do pensamento, linguagem e ação, munidas de significados socioculturais. Por fim, as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCNEB, 2013) mencionam que, o conhecimento e a aquisição de novos saberes devem estar acompanhados de significados, e que, tenham sentidos para a vida dos estudantes, por meio da “[...] contextualização, experimentação, vivências e convivência em tempos e espaços escolares e extraescolares”.

2.7 Papel do professor na articulação do conhecimento

Na menção ao papel do professor, dentro da concepção de Bruner, este é qualificado como comunicador do conhecimento, mas também, é um modelo de competência, onde são desafiados diariamente na missão de mediador do conhecimento, precisando expandir um leque de modelos de trabalho, para promover a aprendizagem com significados, procurando desta forma, transmitir a beleza e a relevância da Matemática com entusiasmo, encorajado pelo ofício de contribuir para formação intelectual e consciente dos educandos. Pois, é nos processos de formação que os professores ganham na nova qualidade profissional. O autor (2015, p. 101) destaca que, “[...] a tarefa do professor como comunicador, modelo e figura de identificação pode ser auxiliada pela utilização de uma variedade de dispositivos que alargam a experiência, a clarificam e lhe dão um significado pessoal”.

Nesse contexto, o professor pode utilizar diversas ferramentas para conduzir o desenvolvimento intelectual e integrativo dos estudantes, através de atividades práticas, desafiadoras e motivacionais para a compreensão dos princípios e conjecturas matemáticas, construindo conceitos e formas de visualizar e atuar como cidadãos analíticos, comprometidos com sua formação. Nesse sentido, o professor tem uma habilidade especial para conduzir o estudante no caminho do conhecimento, assim, aprendem juntos (FREIRE, 2011).

No que se refere ao professor, Bruner (1998) ressalta a importância do papel que desempenha dentro da comunidade escolar, trazendo consigo as suas experiências, vivências e formação. Para o autor, este modelo coloca o professor e o estudante numa posição de cooperação e de compartilhamento, promovendo um momento propício para a pesquisa e a investigação. Desta maneira, caracteriza o ato de ensinar como um método encorajado pela descoberta, a fim de que a aprendizagem seja reputada de forma apreciável e com significado, articulando o ensino com a pesquisa.

2.8 A construção do conhecimento a partir da concepção teórica de Bruner

O conhecimento se origina a partir dos espaços de vivências dos seres humanos, pois, é substancial a sua sobrevivência e existência, decorrente de um processo complexo de aprendizagem e significado, perpetuando-se por meio da adaptação, linguagem, cultura, interação, organização social, confecção de ferramentas e da necessidade de explicar o seu próprio mundo (BRUNER, 2006). A seguir, apresentaremos alguns tópicos relevantes para o processo de construção do conhecimento matemático levando em considerações a óptica de Bruner.

2.8.1 Formas de aprendizagens

A forma heurística de abordar a matemática é sensibilizar o gosto e a investigação na descrição de temas motivadores com abordagem na resolução de problemas, visando à formação intelectual e humana dos estudantes, assinalando quais as atitudes e instrumentos heurísticos mais difundidos e úteis.

Bruner (2015, p. 41) menciona que existem duas formas de a aprendizagem ser útil e servir para a formação intelectual e social dos estudantes:

- i. A primeira maneira, é que apresente aplicabilidade específica a tarefas semelhantes às que aprendemos a desempenhar no cotidiano, onde pode ser denominada de extensão de hábitos ou associações.
- ii. A segunda maneira de aprendizagem ocorre por transferência de princípios e atitudes, significa dizer que depende do domínio da estrutura do conteúdo.

Desse modo, as formas de aprendizagem decorrem de um conjunto de fatores de natureza diferentes, “[...] incluindo o grau de aprendizado anterior, estágio de desenvolvimento, natureza do conteúdo e as diferenças individuais” (BRUNER, 2006, p. 60).

2.8.2 Motivos para aprender

Para ativar a vontade de aprender, o ser humano predispõe de forças intrínsecas e extrínsecas. Os motivos intrínsecos provêm de ações internas, como a vontade de aprender, o prazer, a vontade de vencer, interesses individuais, objetivos de vida e outros; já os motivos extrínsecos, dependem de fatores externos, como elogios, recompensas, premiações e outros. Seguindo esse entendimento, Bruner (1999, p. 143) menciona que, “O motivo intrínseco é o que não depende da recompensa externa à actividade que impele. A recompensa é inerente à conclusão bem-sucedida dessa actividade, ou mesmo à própria actividade. A curiosidade é quase um protótipo do motivo intrínseco”.

Ainda nesse contexto, Bruner (2006), destaca a necessidade de ativar a paixão por aquilo que vai ser ensinado, pois, só assim, poderá despertar intrinsecamente a curiosidade, dando significância ao aprendizado humano. Desse modo, “[...] a ação do homem é motivada por complexas necessidades, tais como: a necessidade de adquirir novos conhecimentos, de se comunicar, de ocupar determinado papel na sociedade, de ser coerente com seus princípios e valores” (REGO, 2014, p. 45).

Tomando como referência o pensamento de Bruner (2015), a dinâmica da sala de aula deve exibir atividades contextualizadas, motivacionais, concretas e desafiadoras levando em consideração o espaço vivencial, tornando perceptível a significação dos conteúdos, de forma que promova nos estudantes o interesse, a atenção, a curiosidade e estabeleça a autonomia, formando seres analíticos e reflexivos.

Partindo de um contexto atrativo, com base na pesquisa e na investigação, tende a despertar na criança e nos jovens o interesse pelo mundo das ideias, da pesquisa e da investigação. A escolha da temática é essencial para proclamar o desejo pela aprendizagem e despertar o talento que existe adormecido no estudante, além de proporcionar o respeito e motivar o conhecimento. Partindo desse ponto Bruner (2015, p. 86) ressalta que:

Os principais temas são aumentar o interesse às matérias a ensinar, dar ao aluno o sentimento da descoberta, traduzir aquilo que temos a dizer na forma de pensamento apropriada à criança, etc. Isto equivale a desenvolver na criança o interesse pelo que está a aprender e, deste modo, também um adequado conjunto de atitudes e valores acerca da atividade intelectual em geral.

A aprendizagem intelectual dos discentes é promovida pelo ambiente de suas vivências e, sobretudo, o ambiente escolar. Com as práticas educacionais, vê-se a importância dos conteúdos e da qualidade da aprendizagem, pois as atividades germinadas a partir de contextos reais por meio da investigação contribuem para o desenvolvimento intelectual e a formação de uma consciência libertadora, sendo estimulada pela participação efetiva dos estudantes. No entanto, precisam sentir-se motivados pelo ato de entender e compreender as suas formas de atuar no mundo. Assim, as atividades desenvolvidas na sala de aula, devem ter relevância sociocultural, despertando o interesse, o gosto e o entusiasmo (SKOVSMOSE, 2014).

2.8.3 Estímulo por descoberta

Bruner (2015, p. 39) vem afirmar que, “[...] o melhor estímulo para aprendizagem é o interesse pela matéria, e não pelos objetivos externos, como as notas ou a capacidade posterior de competir”. Assim, as condições e os fatores externos têm influência importante neste processo, como o ambiente de estudo, os recursos, a condição social etc. Desse modo, o interesse pela matéria envolve fatores internos e externos.

A pesquisa e a investigação têm a função de promover a aprendizagem com significado, despertando no discente o interesse pela curiosidade e o prazer da descoberta. Seguindo esse ponto de vista, Freire (1996, p. 31) menciona a importância da curiosidade para prática de aprender, fazendo uma distinção entre a curiosidade ingênua e crítica, pontuando que:

[...] a curiosidade ingênua que, “desarmada”, está associada ao saber do senso comum, é a mesma curiosidade que, criticizando-se, aproximando-se de forma cada vez mais metodicamente rigorosa do objeto cognoscível, se torna curiosidade epistemológica.

[...] quanto mais criticamente se exerça a capacidade de aprender tanto mais se constrói e desenvolve o que venho chamando “curiosidade epistemológica”.

Na visão de Bruner (1996), a curiosidade é uma forma de explorar o conhecimento com satisfação, pois, é uma atividade biologicamente importante à espécie humana, sendo inerente à sua sobrevivência. Desse modo, o autor destaca a importância da curiosidade para o processo de descoberta, enfatizando o papel do discente na construção do seu próprio saber.

A curiosidade motiva os seres humanos para aprendizagem. Nesse sentido, Bruner (1999, p. 144) salienta que:

O que activa e satisfaz a curiosidade é algo inerente ao ciclo de atividade pelo qual expressamos a curiosidade. É certo que essa atividade é biologicamente relevante, porquanto a curiosidade é essencial à sobrevivência tanto do indivíduo como da espécie.

O processo de ensino pela descoberta é uma forma ativa de lidar com as informações de modo ativo e auxilia o estudante a aprender a partir de uma variedade de formas ou mecanismos que auxiliam na tarefa de aprender. A descoberta propõe desenvolver modelos ou formas enigmáticas de lidar com os problemas, reordenando princípios de resolução. A aprendizagem ocorre por motivos intrínsecos - são conjuntos de valores internos dos seres humanos, extrínsecos - são valores estabelecidos, adquiridos ou moldados na convivência sociocultural (BRUNER, 2006). O autor (2015, p. 38) salienta que, “[...] quando as ideias básicas são formalizadas em termos como as equações ou conceitos verbais elaborados só ficam fora do alcance da criança se esta não as compreender intuitivamente ou não teve possibilidades de experimentar”.

Com isso, vai-se proporcionando aos estudantes a construção e a elaboração de conceitos, resolução de problemas e desafios que, conseqüentemente, irá gerar uma aprendizagem benéfica e cheia de sentidos e significados. É daí que, se promove o conhecimento participativo e integrativo com o “Princípio da Descoberta”.

Na visão Bruner (2015), é importante que o estudante aprenda a lidar com as informações externas vindas de estímulos externos, relacionando-as com outras situações, de modo que as possa compreender e vivenciá-las significativamente.

2.8.4 Materiais didáticos

São instrumentos que materializam e enriquecem as aplicações dos conteúdos, auxiliando na aprendizagem dos discentes. A sua inserção na sala de aula, ativa o componente da habilidade para a acessibilidade e exploração do conhecimento, por meio de alternativas que dialoguem com a realidade dos estudantes, estimulando a autonomia intelectual, e conseqüentemente, encorajando-os a diferentes formas de aquisição da tarefa de aprender com significado. Para Bruner (2006), os materiais didáticos, personificam o objeto de estudo, tornado visível no tratamento das ideias matemáticas. Assim, dão múltiplas caracterizações para a compreensão de propriedades, criam condições para a observação, permitem conjecturar, geram modelos para discussão e interpretação, e, fomentam situações para operacionalização e incorporação de novas estruturas de conhecimento.

Com base nesse contexto, os materiais didáticos podem ser exemplificados, como: jogos matemáticos, alegorias matemáticas, livro didático, os paradidáticos, os filmes, documentários, a pesquisa, a investigação, atividades explorativas e outros, pois são elementos que podem ser usados para o desenvolvimento da estrutura do conhecimento. Bruner (2008, p.119) salienta que, “A estrutura é a grande invenção que traz ordem ao aglomerado de observações desconectadas que dão sentido ao que podemos aprender e torna possível a abertura a nossos domínios da experiência”.

Com relação aos materiais manipuláveis, Bruner (2015) aponta que existem várias situações no cotidiano escolar que promovem exercícios simples e acessíveis para o desenvolvimento da criança, mas que é necessário respeitar as fases e os níveis de conhecimento. O autor ainda menciona que, por meio de certas abordagens ou atitudes, é possível ensinar a relevância dos conteúdos para uma aprendizagem de qualidade, mostrando que os temas estão ligados, e não isolados, desse modo, permite a investigação, a elaboração, a construção de elementos - como os materiais didáticos, com o objetivo de tornar o conhecimento mais acessível e promovendo a participação efetiva dos estudantes, interligando com o mundo real (BRUNER, 2015).

Para a abordagem do conhecimento com significado na sala de aula, Bruner (2015) sublinha que, os planos de aula ou programas sequenciais são dispositivos de apresentação de uma disciplina de forma estruturada. Para auxiliar na eficácia dos dispositivos, vem ressaltar a importância das atividades motivacionais e contextualizadas, e ainda, os exercícios laboratoriais, com o objetivo de desenvolver

habilidades para a leitura, interpretação e discussão, elevando a capacidade de entendimento e transformação da sequência em outros conhecimentos. Assim, são alternativas que colaboram para o desenvolvimento lógico-dedutivo e a integração dos estudantes na sala de aula.

Ainda nessa corrente de pensamento, os dispositivos são meios que servem para alargar as experiências e colaborar na compreensão da estrutura do conhecimento, dando significado a matéria; já os objetivos, são direcionados para a significação vivencial dos estudantes. Em direção a esse ponto de vista, Bruner (2006, 55 – 56) acentua que:

Qualquer ideia, problema ou corpo de conhecimento pode ser apresentado de forma simples o suficiente para que qualquer aprendiz possa entender de forma reconhecível.

A estrutura de qualquer domínio do conhecimento pode ser caracterizada de três formas, cada uma delas afetando a capacidade do aprendiz de dominá-lo: o modo de representação no qual é colocado, sua economia e seu poder efetivo. Modo, economia e poder variam em relação a diferentes idades, estilos entre aprendizes e tipos de assuntos.

Enfim, os materiais didáticos são estratégias de ensino que possibilitam uma aprendizagem prazerosa, dinâmica e participativa, ampliando o campo de significação e criando possibilidade para o entendimento do conteúdo. Partindo desse princípio, D'Ávila e Fortuna (2018, p. 44) descrevem que, “É preciso vivenciar, saborear esse estado interno de ludicidade, como na leitura de um livro ou em outra atividade em que se desperte um estado de espírito de divertimento interno e de inteireza do ser”. Nesse sentido, Bruner (2006, p. 90) descreve que as ferramentas utilizadas na sala de aula possuem significação própria, pois, “[...] podem ser concebidas em três classes: amplificadoras das capacidades sensoriais, das capacidades motoras e das de raciocínio”.

2.8.5 Os processos de aprendizagem

A aprendizagem é um processo contínuo, e é, uma tendência natural dos seres humanos, que se perpetua por meio da linguagem, símbolos, representações, cultura, convivência, sobrevivência, criatividade e outros. Desse modo, os processos de aprendizagem envolvem vários fatores como: cognitivos, afetivos e psicomotores.

Para a aquisição da aprendizagem, Bruner (2015) menciona que, a operacionalização se dá por meio da associação, observação, manipulação, assimilação, internalização e o contato com o meio que está inserido, estabelecendo

generalizações simples inicialmente, com vista em ações reais, organizadas e estruturadas com alternativas exploratórias e investigativas.

Partindo desse pressuposto, Bruner (2015, 53 - 69) destaca três fatores essenciais que ajudam a perceber de como se caracteriza o desenvolvimento da aprendizagem:

- i. Desenvolvimento intelectual – caracterizado pelo desenvolvimento da criança, tendo em vista cada estágio inerente a sua idade, a maneira de como vê o mundo e o modo de explicá-lo.
- ii. O ato de aprendizagem - se processa pela *aquisição* de uma nova informação; compreende na *transformação ou na manipulação* do conhecimento para o aperfeiçoamento de novas tarefas; na *avaliação* que serve para averiguar se a maneira de como a manipulação a informação está condizente com a tarefa.
- iii. Currículo Espiral – assinala que, qualquer matéria pode ser ensinada a qualquer criança de forma honesta; indicando ainda, que o estudante pode voltar às ideias iniciais, partindo do conhecimento mais simples até o mais complexo, de modo que as ideias possam ser posteriormente revisadas até que alcance o domínio da sua aprendizagem.

O autor (2015) consolida seu pensamento, destacando que a aprendizagem deve começar o mais cedo possível, de modo que respeite as formas de pensamentos e promova socialização entre os discentes.

2. 9 A estrutura da disciplina e o conhecimento por descoberta

Para a organização de uma disciplina, é importante evidenciarmos os contextos vivenciais e culturais dos estudantes, para que o ensino se debruce num percurso de possibilidades e aprendizagens com significados. Desse modo, destacaremos elementos essenciais para estruturação da disciplina discorrendo na visão de Bruner.

2.9.1 Bases da disciplina

Com relação às construções de currículos nas Áreas de Ciências e Matemática, Bruner (2008), afirma que a estrutura fundamental é apresentada de modo que preservem a cultura e o esforço do aprendiz, sendo orientado a buscar e descobrir conhecimento por si mesmo, provocado pela curiosidade, sob a mediação do professor. Para Bruner (2001, p. 9),

Tais atos de descoberta são enormemente facilitados pela estrutura do próprio conhecimento, pois não importa quão complicada seja uma área de conhecimento, a mesma pode ser representada por formas que a tornam acessível por meio de processos menos complexos e elaborados.

Seguindo o enfoque interpretativo, Bruner (2015, p. 38) relata que, “[...] as bases de qualquer disciplina podem ser ensinadas de determinada forma, a qualquer pessoa, em qualquer idade”. Isso se justifica pelo fato do ser humano ser dotado de habilidades e aptidões cognitivas que se desenvolve mediante a organização de sua estruturação mental e de suas necessidades de sobrevivência.

2.9.2 Visão heurística da Matemática com aspecto reflexivo

O ensino da Matemática apresentando várias abordagens no sentido de oferecer métodos e ferramentas, possibilitando a inserção de um campo vasto e atrativo para a pesquisa e a investigação, procura em seus preceitos inserir professores e estudantes em contextos socioculturais, motivando e desafiando – a criticidade e a curiosidade, dando-lhes autonomia para construção do conhecimento (D’AMBROSIO, 1986).

Numa abordagem reflexiva, o ensino da matemática deve fazer parte dos contextos vivenciais, com foco numa aprendizagem autônoma, socializadora, compartilhada e que seja relevante para conscientização social, política e cultural. E, em sua plenitude contextual, proporcionem aos professores e estudantes reconhecerem-se como sujeitos transformadores e construtores dos espaços que estão inseridos, pois, são as histórias de vida que constroem o conhecimento e modificam o espaço e as formas pensantes de exercer suas ações (LORENZATO, 2008).

Skovsmose (2008, p. 70) aponta que “A Matemática causa uma reconfiguração no mundo”. Com foco nesse contexto, considera que a Educação Matemática produz ambiente de aprendizagem estimulado por meio do diálogo, facilitando as reflexões e ações, de modo a convidar os estudantes para a investigação e discussão de situações que possam constituir uma base coletiva e reflexiva.

A aprendizagem deve servir para o momento presente dos discentes, pois a essência é prepará-los para a vida futura. Tendo como fonte nesta abordagem, Bruner (2015, p. 41) salienta que, “Aprender não deve apenas conduzir-nos a um determinado sítio, mas deve permitir-nos continuar mais tarde esse caminho com maior facilidade”.

2.9.3 Domínio das ideias

No campo da aprendizagem, uma ideia por mais simples e fundamental que seja, contém uma amplitude na aplicação, fazendo surgir novos problemas e denotando diversas aplicabilidades. Bruner (2015, p. 42) declara que “[...] os currículos e os métodos de ensino se devem ajustar à transmissão das ideias fundamentais de qualquer assunto que esteja a ser ensinado”.

Bruner (2015) destaca que o domínio das ideias fundamentais pertencente ao campo científico, incluem-se os seus próprios princípios, mas também uma atitude que seja favorável à aprendizagem pela investigação, pelas formas de deduzir e conjecturar, sendo viabilizado pela autonomia na resolução de problemas.

De acordo com Bruner (2006, p. 56), qualquer domínio do conhecimento ou problema apreendido no domínio do conhecimento podem ser caracterizados de três maneiras:

[...] por uma série de ações apropriadas alcançando certo resultado (representação operativa); por um conjunto de imagens ou gráficos que representam um conhecimento sem defini-lo totalmente (representação icônica); e pelo conjunto de proposições simbólicas ou lógicas, desenhadas a partir de um sistema simbólico, governado por regras ou leis para formar e transformar proposições (representação simbólica).

Quando uma disciplina for bem aprendida, a tarefa de voltar a aprender como pré-requisito para outra disciplina, encontra-se mais simples de ser destacada e absorvida, tornando assim, o ensino mais acessível, sendo formulado a partir de ideias já existentes. Tendo em vista as ideias explícitas Bruner (2015, p. 48 – 49), afirma que:

Se numa disciplina foram todas, de uma maneira geral, bem aprendidas, a tarefa de voltá-las a aprender de forma diferente noutra ciência encontra-se muito mais facilitada.

Esse tipo de ideias pode ilustrar-se com facilidade: a categorização e os seus usos, a unidade de medida e o seu desenvolvimento, o facto de a informação na ciência ser indireta, a necessidade de operacionalizar a definição das ideias e por aí fora.

Com base nesse contexto, tem-se que a medição e categorização são concretizadas em prol do serviço da ideia geral, pois está em função do processo ou da estrutura. Deste modo, percebe-se cada vez mais, a relação entre as coisas, e assim, vai-se revelando e organizando o conhecimento, sendo impulsionado pela investigação.

2.9.4 Maneiras de aprendizagem

A aprendizagem numa abordagem intelectual e cultural.

O homem no decorrer da história verificou a sua criatividade como forma de sobrevivência, e conseqüentemente, descobre e aperfeiçoa as suas maneiras de aprendizagem. A natureza humana é essencialmente criativa. Ostrower (2010, p. 05) denota que, “A natureza criativa do homem se elabora no contexto cultural. Todo indivíduo se desenvolve em uma realidade social, em cujas necessidades e valorações culturais se moldam os próprios valores de vida”.

Culturalmente, a educação se dá de várias formas em espaços diferentes. As crianças e jovens trazem de seu cotidiano as experiências, desejos, saberes para dentro da escola, e, a escola, na sua função educativa e democrática, promove práticas de ensino que desdobre esse conhecimento em práticas socioculturais, oferecendo mecanismos comprometidos com a formação de seus sujeitos.

Bruner (2015), afirma que o currículo deve apresentar uma proposta de ensino que contenha atividades intelectuais, experimentais, laboratoriais, norteado pela pesquisa e investigação, abordando temas da vivência dos estudantes, para que se sintam acolhidos e integrados no processo de ensino-aprendizagem. Assim, os temas contextuais trabalhados na sala de aula devem estar em constante diálogo com o cotidiano, com o objetivo de desenvolver e proporcionar a democratização do saber e a conscientização sociopolítica e cultural.

2.10 Apropriação do conhecimento matemático partindo da concepção de Bruner

Para a aquisição do conhecimento no contexto escolar, de acordo com Bruner, precisamos respeitar o desenvolvimento intelectual, as fases cognitivas e as formas de aprendizagens dos estudantes, exigindo do professor uma linguagem cuidadosa e a elaboração de possíveis proposições para o desabrochamento da curiosidade e investigação. Com base nesse aspecto, delineamos tópicos substanciais para a apropriação do conhecimento:

2.10.1 Apropriação do conhecimento alicerçado na resolução de problemas e na construção de material concreto

O ensino ministrado através da resolução de problemas e na aquisição da linguagem deve respeitar a fase do estudante, pois depende de um conjunto de atenções especiais, respeitando a relação social e cultural de cada um envolvido no processo, criando possibilidades para a apropriação do conhecimento, tornando possíveis as proposições produtivas no aspecto da aprendizagem. Bruner (2015, p. 16-17) menciona que:

[...] exige-se do professor uma vasta atividade especializada para levar o aluno a descobrir por si próprio, apoiando a tarefa de modo a que apenas fiquem por resolver as partes ao seu alcance; terá ainda de conhecer os elementos de uma solução que a criança reconhece, mais ainda não consegue levar a cabo. O mesmo se passa com a aquisição da linguagem: como em todas as formas de aprendizagem assistida, ela depende muitíssimo da participação num diálogo cuidadosamente estabilizado por parte do adulto. Muita da aprendizagem depende da necessidade de conseguir uma atenção em conjunto, de realizar experiências também em conjunto, de respeitar a relação social entre aluno e tutor, e de criar mundos possíveis em que determinadas proposições possam ser verdadeiras, apropriadas ou mesmo oportunas. Omitir este enquadramento funcional da aprendizagem, qualquer que seja o seu conteúdo, é torná-la improdutivo.

De acordo com Bruner (2015), a memorização repetitiva para assimilação do conteúdo não precisa ser mecânica, porém, é necessário elaborar alternativas por intermédio de atividades motivadoras que conduza o estudante a compreensão a uma certa facúndia de elementos que proporcione a aprendizagem. Embora, o autor (2015, p. 50) ressalte a importância da prática do cálculo como sendo um passo importante para a compreensão dos conceitos matemáticos, e que, os exercícios manipuláveis são premissas essenciais no ato de fazer, pois ajudam a compreender o que se faz.

Para apropriação do conhecimento é importante que o ensino tenha como ponto de partida os conceitos básicos e que o estudante seja ajudado a passar progressivamente do pensamento concreto para outros conceitos mais adequados e avançados, produzindo assim, a formação do pensamento lógico-dedutivo. Bruner (2015, p. 57) pontua que, “[...] num estágio de desenvolvimento apropriado e com uma certa prática de operações concretas, será a cultura adequada para se lhes apresentar o formalismo necessário”.

2.10.2 Desenvolvimento intelectual: pensamento analítico e intuitivo

A atividade intelectual é a mesma em qualquer espaço, o que é modificado é a sua cultura científica, o tipo de pesquisa, os objetivos, aplicabilidade, os contextos que são estudados e a sua forma de apresentação para gerar o conhecimento, e ainda, o nível de escolaridade dos estudantes, considerando suas vivências e experiências. Para Bruner (2015) o desenvolvimento intelectual é também influenciado pela cultura escolar. Ele aponta que, “[...] as aptidões científicas e matemáticas podem ser descobertas mais cedo do que outros talentos intelectuais” (ibid., p.36).

Na área da matemática, o pensamento intuitivo é caracterizado quando um indivíduo tenta encontrar uma solução para um problema, e repentinamente, encontra. O fato, é que se pode observar esse tipo de evento nos exames prestados pelos estudantes, pois são formulações e produções de fórmulas numéricas ou verbais, e, para tornar esta ideia ou pensamento formalizado é necessário comprová-los. Bruner (2015, p. 71) ressalta que o pensamento intuitivo na Matemática apresenta dois significados:

Em matemática utiliza-se a intuição com dois significados muito diferentes. Por um lado, diz-se que um indivíduo pensa intuitivamente quando, depois de ter trabalhado muito tempo num problema, chega subitamente à sua resolução, da qual terá ainda de fornecer uma prova formal. Por outro lado, diz-se que indivíduo é um bom matemático intuitivo se, quando lhe apresentam questões, dá rapidamente palpites acertados sobre as respostas ou sobre qual das abordagens para resolver um problema se revelará mais frutuosa.

A eficiência do pensamento intuitivo precisa ser valorizada pelos professores de matemática na sala de aula, tendo em vista o desenvolvimento intelectual dos estudantes e suas formas de aprendizagem; não podemos limitar o conhecimento às fórmulas matemáticas, às formas técnicas que levem os estudantes ao pensamento intuitivo, mas, conduzi-los a meios de validação das descobertas e desconstruções. Nessa afirmação, Bruner (2015, p. 72) afirma que:

O bom intuitivo pode ter nascido com qualquer coisa de especial, mas a sua eficiência baseia-se num sólido conhecimento da matéria, numa familiaridade que dá a intuição algo com que trabalhar. Há decerto algumas experiências de aprendizagem que indicam a importância de um domínio elevado da matéria para a sua correta manipulação de modo intuitivo.

Seguindo este enfoque, Bruner (2015, p. 75), cita a relevância do uso de procedimentos que venham contribuir positivamente para melhoria do pensamento intuitivo, e que, para isso, é preciso preocupar-se com o melhoramento na elaboração

do currículo de matemática. Embora nos contextos escolares tenha se observado mais a concretização de ações teóricas do que pratica, incidindo sobre o pensamento analítico do que acerca da intuição.

O pensamento analítico funciona com a consciência onde faz a conexão com o mundo real através da informação, vivências e operações. Nesse sentido, o autor (2015, p. 73) menciona que:

O pensamento analítico avança em geral um passo de cada vez. Os passos são explícitos e, normalmente, podem ser adequadamente relatados a outro indivíduo por quem o pensa. Este pensamento funciona com a consciência quase inteiramente desperta em relação à informação e as operações nele envolvidas. Pode incluir raciocínios cuidadosos e dedutivos que, muitas vezes, usam a matemática, ou um plano de ataque lógico e explícito. Por outro lado, pode incluir um processo pormenorizado de indução e experiência, utilizando princípios de planificação da investigação e análise estatística.

Com referência ao pensamento intuitivo, este fica aos arredores do conhecimento, enquanto o pensamento analítico está centrado nas discussões e nas reflexões das temáticas que vão produzindo o conhecimento, apesar de que, ambos fornecem subsídios para resolução de problemas, e que, no decorrer dos processos de ensino na matemática, vê-se a importância real de utilizar cuidadosamente estes métodos. Bruner (2015, p. 73) ressalta:

Em contraste com o pensamento analítico, o pensamento intuitivo não avança, em geral, com passos cuidadosos e bem definidos. De facto, tende para evoluções baseadas aparentemente numa percepção implícita do todo do problema. Quem utiliza este tipo de pensamento, chega a uma resposta, que pode ser certa ou errada, com pouca ou nenhuma consciência do processo que o fez lá chegar. Raramente consegue fornecer uma justificação adequada do modo como obteve a resposta e pode até nem ter dado pelos aspectos do problema a que estava a reagir. Normalmente, o pensamento intuitivo baseia-se na familiaridade com o domínio de conhecimento respectivo e com a sua estrutura, o que possibilita ao pensador raciocínio rápido, saltar sequências e usar atalhos, de tal modo que as conclusões necessitam de ser verificadas posteriormente por um meio mais analítico, seja ele dedutivo ou indutivo.

Julgamos que a natureza complementar dos pensamentos intuitivo e analítico deveria ser reconhecida. Graças ao pensamento intuitivo, o indivíduo pode muitas vezes chegar a soluções de problemas que através do pensamento analítico não atingiria com maior lentidão. Uma vez atingidas por métodos intuitivos, estas soluções devem, se possível, ser verificadas por métodos analíticos, devendo ser respeitadas então como hipóteses válidas para tal verificação. De facto, a pessoa que pensa de modo intuitivo pode até inventar ou descobrir problemas impossíveis para quem pensa de modo analítico.

Derivando desta forma, o autor realça a relevância de conduzir os estudantes a uma compreensão intuitiva da matéria, antes de descrever os métodos e

demonstração mais formais e tradicionais, assim, podem-se encontrar maneiras diversificadas de classificar e abordar determinadas tarefas. Na verdade, o pensamento intuitivo não pode medir e nem calcular, pois ele flui mediante os desafios (BRUNER, 2015).

[...] à apreensão ou cognição que depende da intervenção de métodos formais de análise e demonstração. A intuição implica o ato de apreender o sentido, o significado ou a estrutura de um problema ou situação, sem confiar explicitamente no dispositivo analítico que se é capaz de utilizar. Compete não a própria intuição, mas aos métodos de demonstração habituais, decidir se a intuição está certa ou errada. Porém, é o modo intuitivo que rapidamente produz hipótese e chega a combinações de ideias, antes de se conhecer o seu valor (BRUNER, 2015, p. 75).

Em nossa reflexão o pensamento intuitivo concede a reflexão acerca do trajeto da resolução de um dado problema. Nesta concepção, o pensador intuitivo desenvolve a habilidade de inventar ou descobrir ou resolver problemas, embora posteriormente precisem ser averiguados analiticamente. A este respeito, o ensino da matemática desenvolve e capacita o estudante aumentando o poder de aperfeiçoar e adquirir novos conhecimentos. Já o método heurístico, é simples, pois garante a resolução de problemas, seguido de vários passos ou possibilidades, dando apoio para o pensamento intuitivo. Desta forma, Bruner (2015, p. 77) salienta que:

[...] um procedimento heurístico é, essencialmente, um método não rigoroso de encontrar uma solução para os problemas. Embora conduza muitas vezes à solução, não há qualquer garantia de que tal aconteça. Por outro lado, um algoritmo é um processo de resolução de problemas que, seguido com cuidado, garante que com um número finito de passos se vá encontrar a solução, se o problema for solucionável. Muitas vezes, os processos heurísticos estão à nossa disposição quando não se conhece o proceder algorítmico; eis uma das suas vantagens. Além disso, mesmo quando é possível um algoritmo, os processos heurísticos são mais rápidos.

Entendemos desta forma que para a compreensão do pensamento intuitivo, aborda-se a autoconfiança como um processo de desenvolvimento traçado pela personalidade e pela derivação do conhecimento de um assunto. Nesta direção, o estudante é estimulado a examinar e descobrir matematicamente soluções corretas de um problema, mas também, desse modo, devem estar preparados para cometer erros honestos, significa dizer que, o discente deve retomar aos conhecimentos iniciais para a compreensão e construção do saber, buscando diferentes estratégias para a resolução dos problemas. Quando o estudante é instigado a resolver uma situação matemática, muitas vezes, pode encontrar um resultado que não é condizente com o enunciado do problema, mas, a partir dessa premissa, constrói-se

um caminho para o entendimento e desenvolvimento conjectural da situação, encontrando assim, o valor real e concreto. Contudo, a intuição é um método que requer do professor sensibilidade, compreensão e conhecimento profundo do assunto, para poder efetuar as correções, de modo que valorize a forma corajosa do estudante no enfrentamento dos desafios da sala de aula, sendo encorajados a desenvolver competências investigativas.

Intuição implica o ato de compreender o propósito, significância ou estrutura do problema sem uma confiança explícita no aparato analítico daquilo que se faz. É o modo intuitivo que produz combinações interessantes de ideias antes que seu valor seja conhecido. Isso precede a prova; de fato, é isso (a hipótese) que as técnicas de análises e validação estão aptas a testar e validar. A hipótese se fundamenta em um tipo de jogo combinatório que só é possível quando as consequências do erro não são dominantes ou condenatórias. Sobretudo, essa é uma forma de atividade que depende da confiança na validade do processo matemático mais propriamente do que na importância da resposta correta todas às vezes (BRUNER, 2008, p. 105).

O pensamento analítico e dedutivo, geralmente é incorporado pelos professores de matemática, sistematizando o conhecimento por meio de conceitos, conjecturas, fórmulas e outros mecanismos, mas em passos cuidadosos esta regra vai-se quebrando, pois, o ensino inova-se em contextos atualizados, e com isso, observa-se que o pensamento intuitivo, ganha espaço nos processos de formação, pois oferece uma grandeza de variáveis por meio da pesquisa e da investigação. Embora, o conjunto de métodos contemple o conhecimento, por meio do desenvolvimento de competências e habilidades, melhorando e adequando o currículo escolar.

2.10.3 Episódios de aprendizagem: evolução e ensino com excelência

De acordo com Bruner, o ensino deve emitir excelência a todos os estudantes, respeitando suas dificuldades, suas vivências e experiências, assim, a relevância contextual deve conter imprescindivelmente discussões fomentadas nos currículos escolares, arrastando consigo a natureza dos motivos para aprender, bem como objetivos que se pretendem alcançar com a educação das crianças e jovens, embora a excelência não dependa somente da escola, mas das condições externas, como políticas sociais e culturais.

Não temos ilusões a respeito das dificuldades desta tarefa; no entanto, é a única que se nos depara, se quisermos alcançar a excelência e, ao mesmo tempo, respeitar a diversidade de talentos dos nossos alunos. Já muito se disse sobre a importância de elaborar currículos adequados a este fim, de

preparar os professores e de usar todos os materiais auxiliares possíveis, pois são estes alguns dos passos a dar para alcançar a excelência. Outro passo essencial relaciona-se com a motivação (BRUNER, 2015, p. 84).

Quando um episódio de aprendizagem é bem construído, vai permitir ao estudante uma evolução na reflexão e compreensão em vários contextos disciplinares, tendo em vista a transformação e aquisição do conhecimento. De acordo com Bruner (2015), os conteúdos precisam se adequar a realidade e a capacidade dos estudantes, sem que haja a manipulação dos episódios de aprendizagem, para não atrapalhar a vontade de aprender e nem o desejo pela descoberta.

A respeito dos episódios de aprendizagens, é importante ressaltar o equilíbrio entre os motivos intrínsecos e extrínsecos, que frequentemente atrapalham o desenvolvimento dos estudantes, sendo de caráter controlador por meio de recompensas e punições. É necessário redimensionar este tipo de cultura escolar, promovendo à autonomia, o interesse, a curiosidade e o prazer pela descoberta. A intenção é habituar os professores e estudantes à pesquisa e à investigação, pois o desafio possibilita usar suas capacidades cognitivas e intelectuais, por intermédio de atividades integrativas, onde são absorvidos e motivados pela significação do problema, e, guiados pelo empenhamento da aplicabilidade da atividade. Bruner (2015, p. 67) afirma que, quanto melhor e mais longo os episódios de aprendizagem, melhor serão os resultados do desenvolvimento das capacidades e compreensão visando o encorajamento dos estudantes para os próximos episódios.

2.10.4 Princípios e atitudes relacionados com a aquisição do conhecimento e a sua problematização

Na cultura escolar, na visão de Bruner (2015), perduram vários problemas relacionados aos princípios e atitudes gerais relativos ao ensino e a aprendizagem dos estudantes. Nesse sentido, superá-los significa tornar o ensino acessível a todas as culturas, de forma eficaz, significativa, estimuladora e interessante, proporcionando, às crianças e jovens, as oportunidades de se virem como agentes transformadores e protagonistas de suas realidades socioculturais. É importante frisar que, diversidade cultural na comunidade escolar representa luta, conquista, reconhecimento, valorização e respeito pela pessoa humana.

O ensino da Matemática, em contextos diversos, deve propiciar aos estudantes mecanismos para o desenvolvimento de competências com diferentes possibilidades

de reflexão, abordando uma ação-dialógica-significativa de inclusão e respeito entre seus sujeitos – professores e estudantes. Nessa abordagem, o ensino deve estar alicerçado nos pilares do conhecimento, por meio de informações e de premissas que objetivam a formação integrativa dos estudantes em suas comunidades. Para isso, Bruner (2015, p. 86), ressalta a importância de trabalhar temas significativos em sala de aula, pois tendem a aumentar o interesse do discente, o qual é estimulado pelo sentimento da descoberta, e deste modo, adequa-se a um conjunto de atitudes e valores em torno da atividade intelectual.

Na visão de Bruner (2006), competência se refere a descrições de ações para compreender e explorar o conteúdo com eficiência, tendo em vista a ligação e a interação efetiva do estudante com o meio. Já habilidade, refere-se à ampliação da compreensão, entendimento e o respeito aos diferentes campos de aprendizagem com significado.

No cenário da sala de aula, tem sido um desafio fazer o discente compreender e acreditar que a matemática é uma disciplina simples, acessível e que faz parte do cotidiano, e que vai além das fórmulas e cálculos, pois, trata-se de uma vivência histórica e contextualizada, denotada por meio de experiências, descobertas, desafios e construções. Contornar os desafios, é ir além da estrutura da escola, é trazer para o espaço escolar alternativas que promovam a aprendizagem e que satisfaçam o desejo pela curiosidade e pela descoberta, no qual a empolgação seja uma semente importante que precisa ser semeada entre os estudantes.

Partindo destas prerrogativas, o ensino por descoberta, proposto por Bruner, através do Currículo em Espiral é uma proposta de ensino com significado real, respeitando todas as fases de desenvolvimento do estudante, valorizando o pensamento intuitivo e desencadeando o pensamento analítico. Enfatiza o conhecimento partindo das vivências, das experiências e do meio. Descreve um currículo socializador e democrático. De acordo com aceção de Bruner (2015), o Currículo em Espiral está integrado a todos os saberes, destacando que, qualquer conteúdo pode ser ensinado, de forma simples aos estudantes de qualquer idade, desde que respeite o estágio de desenvolvimento, pois, posteriormente, esse conteúdo será abordado de forma mais profunda e complexa, de forma que o discente se sinta motivado e interessado pelo conhecimento de novas descobertas e aprendizagem.

Assim, para o capítulo a seguinte, apresentaremos uma abordagem acerca de conhecimento em diálogo com Platão, Hessen e outros autores, com especificações e embasamentos na legislação brasileira.

3 ABORDAGEM DE CONHECIMENTO NUMA RELAÇÃO HISTÓRICA, EXISTENCIAL E CULTURAL

O enveredamento da teoria do conhecimento se deve à história da filosofia, tendo como estudiosos, matemáticos e filósofos – Platão, Aristóteles, Kant, Hegel, Descartes, Leibniz, Locke, Agostinhos e outros, com pensamentos aguçados que abrilhantaram e contribuíram para a evolução e compreensão da natureza humana. Todos com suas concepções pertinentes ao conhecimento que foram ampliadas para vários campos da ciência. Assim, procuraram provar possibilidades do conhecimento pela via do conhecimento, fazendo fundamentações relevantes neste campo tão fértil e fecundo, em que o sujeito e o objeto são partes integrantes desse processo de desenvolvimento e evolução. Proporcionando à humanidade caminhos longos para a pesquisa e investigação. Desse modo, todo esse conjunto de conhecimentos e saberes que existe atualmente, estão alicerçados nas bases filosóficas, teóricas e práticas, por meio das fundamentações, axiomas, conjecturas, validações, explicações e interpretações, que norteiam o avanço e a evolução da humanidade como conjunto inteligível.

Na visão de Hessen (2012, p. 19), a Teoria do Conhecimento é “[...] uma interpretação e uma explicação filosófica do conhecimento humano”. Nesse sentido, o autor (2012) comenta que é preciso filosofar, examinar e observar o objeto com exatidão, pois, só assim, terá suporte explicativo e interpretativo para uma descrição exata do objeto.

Num sentido mais abrangente, Hessen (2012) explica que a Teoria do conhecimento costuma ser dividida em dois grupos: geral e especial, descrevendo que:

A primeira investiga a relação do pensamento com o objeto em geral. A segunda toma como objeto de uma investigação crítica os axiomas e conceitos fundamentais em que se exprime a referência de nosso pensamento aos objetos.

Desse modo, ao longo da história, o conhecimento tem sido uma chama que alimenta e impulsiona para novos caminhos e novas construções, com isso, tem-se norteado a percurso de grandes descobertas, pois, o ser humano é criativo por natureza. Para Ostrower (2010, p. 5), “O criar só pode ser visto num sentido global, como um agir integrado em um viver humano”, e que, os processos criativos estão conectados por “[...] dois níveis de existência humana: o nível individual e o nível

cultural”. Assim, a autora (2010, p. 5), menciona que o indivíduo se confronta “[...] em dois polos de uma mesma relação: a sua criatividade que representa as potencialidades de um ser único, e sua criação que será a realização dessas potencialidades já dentro de um quadro de determinada cultura”.

Em face desse contexto, D’Ambrosio (2012, p. 19) frisa que:

O conhecimento é gerador do saber, que vai, por sua vez, ser decisivo para a ação, e, por conseguinte é no comportamento, na prática, no fazer que se avalia, redefine e reconstrói o conhecimento. O processo de aquisição do conhecimento é, portanto, essa relação dialética saber/fazer, impulsionada pela consciência, e se realiza em várias dimensões.

Nesse sentido, a descoberta e a criação são faces de uma mesma moeda, em que movem a humanidade a se reinventarem, buscarem novas formas de viver, transformar, modificar o meio que estão inseridos, conhecer novas culturas de sobrevivência, produzir e inovar diferentes formas de aprendizagens.

3.1 Dialogando com Platão acerca do conhecimento

O pensamento de Platão teve influência plausível no mundo ocidental e se mantém sólido no mundo contemporâneo, servindo de amparo, descoberta e fundamentação para outras estruturas do conhecimento filosófico e matemático.

Desse modo, o conjunto de diálogos, inscritos por Platão, resultam nas teorias das Formas e da Reminiscência, formulando uma corrente de ideias e pensamentos para a compreensão do mundo sensível e inteligível, apresentando duas concepções intimamente conectadas, referenciando: “[...] – de como “e” a realidade, de modo a poder ser conhecida; – de como “e” o conhecimento, de forma a poder captá-la” (SANTOS, 2012, p. 14). Dessa forma, o autor (p.15) destaca que existem duas modalidades cognitivas definidas como – “[...]” “pensamento” e “opinião” (*doxa*) – os homens captam as duas “realidades” distintas a elas associadas: os mundos “visível” (ou “sensível”) e “inteligível”.

Nesse contexto, Santos (2012, p. 16 – 17) salienta que, a Teoria da Reminiscência na abordagem de Platão quer mostrar “[...] como toda a cognição, em particular a aquisição de informação nova, inscreve-se no contexto daquela, já é possuída por aquele que busca conhecimento”. Já na Teoria das Formas, a nova concepção que envolve o ser, “[...] permite a articulação da realidade inteligível com a sensível, constituindo ambas como objeto de cognição” (SANTOS, 2012, p.21). Partindo dessa visão, o autor destaca que:

[...] senso-percepção, a análise da cognição passa à imaginação, e daí à memória e ao pensamento, para, por fim, chegar à opinião. Esta, porém, distingue-se das operações mentais que a procedem, por poder ser expressa através do discurso ou “anunciado” (logos).

Com ela, a faculdade denominada “crença” manifesta-se como um processo gradual, no qual as operações mentais [...] se articulam, até o momento em que é atingido um resultado suscetível de ser verbalizado. É naquilo que é dito que consiste a “opinião” (SANTOS, 2012, p. 16 – 19).

Com base na concepção de Santos (2012, p. 17), a Reminiscência deve ser compreendida de duas maneiras:

Em primeiro lugar, exprime a dependência de qualquer captação de um sensível (tanto “a coisa” percebida, como o modo como é percebida) de um episódio cognitivo anterior, constitutivo da mente de todos os cognoscentes. Quer isto dizer que as mentes de todos os humanos – a sua “inteligência” – são estruturadas pelas Formas[...]

Em segundo lugar, dado que todas as mentes (ou “almas”) humanas são dotadas dessa mesma estrutura eidética (o todo englobante da totalidade das Formas), todos os indivíduos devem esforçar-se por recordar as Formas, através do exercício da dialética. Primeiro, terão que compreender que é a reminiscência das formas que lhe permite configurar as impressões percebidas pelos sentidos como “objetos”, formado a partir das cópias das Formas; depois, é necessário que levem esse exercício até à plena recordação das formas, em si mesmas. Só então terão atingido o “estado do saber”.

De acordo com o estudo e pensamento de Platão, o conhecimento é inerente à vida dos seres humanos, transcorre numa base existencial, constituída na realidade, e, estruturada nas competências cognitivas – saber e opinião, tornando possível a efetivação do conhecimento (SANTOS, 2012). Mediante a essa compreensão, o autor (2012, p. 12 – 13) pontua que:

No *Da Natureza*, o “pensamento” (ou “conhecimento”) é encarado como o estado cognitivo que caracteriza o “conhecimento efetivo” de algo.

Limita-se a estipular que todo caso de “pensamento”, ao implicar o “conhecimento efetivo” do conhecido, é caracterizado pela infalibilidade. Quer isto apenas dizer que, quando um processo cognitivo não consegue “conhecer” algo, tal como é, então não há aí “pensamento” (ou “conhecimento”).

Nos achados de Platão, constam concepções de “ser” e “saber”, posteriormente reformulados como “realidade e conhecimento”. Nesse ponto, as Formas constituem o “ser”, e, a sua reestruturação constitui o “saber” (SANTOS, 2012).

Fundamentando-se na concepção de Hessen (2012, p. 21 – 23), “O conhecimento pode ser definido como uma determinação do sujeito pelo objeto”. Assim, “A essência do conhecimento está estreitamente ligada ao conceito de verdade. Só o conhecimento verdadeiro é conhecimento efetivo. “Conhecimento não-

verdadeiro” não é propriamente conhecimento, mas erro e engano”. Dentro dessa abordagem, o autor (2012, p. 23), menciona ainda que:

Um conhecimento é verdadeiro na medida em que seu conteúdo concorda com o objeto intencionado. Consequentemente, o conceito de verdade é um conceito relacional. Ele expressa um relacionamento, a saber, o relacionamento do conteúdo do pensamento, da “figura”, com o objeto.

Com base nas reflexões de D’Ambrosio (2012, p.16), “Todo conhecimento é resultado de um longo processo cumulativo de geração, de organização intelectual, de organização social e difusão, elementos naturalmente não contraditórios entre si e que influenciam uns aos outros”. Diante desse contexto, “O homem se constrói e chega a ser sujeito na medida em que, integrado em seu contexto, reflete sobre ele e com ele se compromete, tomando consciência de sua historicidade” (MIZUKAMI, 2019, p. 93).

Em face dessa contextura, Freire (1996) comenta, que é da natureza humana a invenção por sua existência no meio cultural, por meio da inteligibilidade, linguagem e comunicação, elevando-se aos níveis mais complexos e profundos, aos acontecimentos para o domínio da vida e da espiritualização do mundo, demonstrando capacidades extraordinárias para a apropriação do conhecimento e para a realização de grandes ações. Para concluir, Bruner (2006, p. 98) evidencia que, “[...] onde quer que o homem viva, ele é obrigado a gerenciar não somente a sobrevivência e a criação, mas também pensar e expressar seus pensamentos”, por meio de sua “[...] narrativa”.

3.2 As especificações da BNCC para a estruturação do conhecimento matemático

A Matemática é uma ciência exata, que dialoga com outras áreas do conhecimento para a construção de saberes. Assim, contemporaneamente, não se trata somente como ciência abstrata e dedutiva, mas, como ciência que se revela em diversos contextos com formatos e produções diversificados, relacionando a “[...] teoria e prática ou conhecimento teórico e resolução de problemas da realidade social, cultural e natural” (BRASIL, 2017, p. 465). Assim, “Por ter alto valor no desenvolvimento da inteligência e do raciocínio, é a Matemática um dos caminhos mais seguros por onde podemos levar o homem a sentir o poder do pensamento, a mágica do espírito” (TAHAN, 2008, p. 107).

A Base Nacional Comum Curricular (2017) estabelece que, o ensino Médio deve estar organizado e centrado no desenvolvimento de competências e habilidades, sendo orientada pelo princípio da educação integral. Com a finalidade de construir uma “[...] sociedade mais justa, democrática e inclusiva”, dando “[...] condição para a cidadania e para o aprimoramento do educando como pessoa humana [...]” (BRASIL, 2017, p. 465). Desse modo, adota-se “[...] uma noção ampliada e plural de juventude, entendida como diversa, dinâmica e participativa do processo de formação que deve garantir sua inserção autônoma e crítica de mundo” (BRASIL, 2017, p. 463).

No que tange à área de Matemática e suas Tecnologias para o Ensino Médio, a legislação brasileira concebe que:

[...] os estudantes devem utilizar conceitos, procedimentos e estratégias não apenas para resolver problemas, mas também para formulá-los, descrever dados, selecionar modelos matemáticos e desenvolver o pensamento computacional, por meio da utilização de diferentes recursos da área (BRASIL, 2017, p. 470).

Apoiando-se nesses pressupostos, a área de Matemática para Ensino Médio deve garantir aos estudantes o desenvolvimento e aprimoramento de competências específicas, onde posteriormente, possam relacionar e alcançar as habilidades necessárias para compreensão e atuação no meio em que estão inseridos, favorecendo a ampliação do raciocínio lógico, crítico e analítico, sendo estimulados pela descoberta e investigação. Desse modo, a BNCC (2017, p. 523), descreve as seguintes competências para o ensino Médio, aplicadas à área de Matemática:

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias,

identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Para o desenvolvimento das competências específicas, implica um conjunto de habilidades, vinculadas às formulações, explicações, argumentações, representações, compreensão de diferentes realidades, construção de modelos matemáticos, ampliação do pensamento matemático lógico-dedutivo e crítico-analítico, desenvolver a capacidade de resolver problemas de maneira significativa, potencializar o gosto pela investigação, estimular a aprendizagem cooperativa e o respeito, ampliar a visão de mundo e as tomadas de decisões em relação às questões sociais e culturais, sendo mobilizadas pela participação e ação, delineando o fortalecendo do protagonismo, formação e intelectualidade (BRASIL, 2017).

Ao tratar de competências, Bruner (2008, p. 125), descreve a necessidade de elaborar atividades que sejam providas de significados, de forma que estimule o aprendizado, onde os estudantes possam alcançar o progresso intelectual, apresentando ações cativantes mediante competências apropriadas, requerendo uma habilidade para que possa ser aprendida “[...] por meio do exercício e do esforço”.

Com base nesse entendimento, a BNCC (2017), propõe aos estudantes do Ensino Médio, dá continuidade às suas aprendizagens, com vista nos conhecimentos explorados nas etapas anteriores, com o objetivo de ampliar e construir uma visão integrada da Matemática aplicada à realidade.

Diante dessa explanação, um dos maiores desafios do Ensino Médio é trabalhar as competências específicas tratadas na BNCC, integradas ao cotidiano dos estudantes, para o desenvolvimento de habilidades que sejam uteis e tenham significados para a formação humana, levando em consideração as vivências do cotidiano e meio sociocultural. Exige-se cada vez mais, a participação da juventude, do mercado de trabalho e a sua inserção no mundo tecnológico e científico. Nessa direção, a BNCC explicita que:

[...] cabe às escolas de Ensino Médio contribuir para a formação de jovens críticos e autônomos, entendendo a crítica como a compreensão informada dos fenômenos naturais e culturais, e a autonomia como a capacidade de tomar decisões fundamentadas e responsáveis. Para acolher as juventudes, as escolas devem proporcionar experiências e processos intencionais que lhes garantam as aprendizagens necessárias e promover situações nas quais o respeito à pessoa humana e aos seus direitos sejam permanentes (BRASIL, 2017, p. 463).

Nesse contexto, o Ensino Médio tem o objetivo de promover propostas de trabalho que desenvolva o senso crítico para lidar com situações sociais e culturais

numa amplitude cada vez mais complexa, ostentada por competências matemáticas, exigindo um olhar e posicionamento crítico-transformador, visando a construção do conhecimento e o encorajamento do protagonismo juvenil.

Dessa forma, a Matemática deve estar em consonância com a realidade e dialogando com outras áreas do conhecimento, sendo aplicada aos processos de conhecimentos num formato contextual e interdisciplinar. Assim, o ensino da matemática deve privilegiar a exploração, curiosidade, descoberta e investigação, promovendo a dinamicidade, criatividade e a integração, sem perder a essência, encantamento e beleza.

No capítulo posterior, faremos uma abordagem da matemática com enfoques problematizadores e investigativos, traçando um diálogo entre Bruner, D'Ambrosio, Skovsmose e Lorenzato, destacando as principais ideias e concepções.

3.2.1 A Base Nacional Comum Curricular versus Currículo em Espiral

A Base Nacional Comum Curricular é um documento normativo, onde se “[...] define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica” [...], servindo de referência para as escolas brasileiras elaborarem seus currículos (BRASIL, 2017, p. 07 – 16).

De acordo com Base, a construção de conhecimentos se concentra no desenvolvimento de competências e habilidades. Enfatizando que, a competência pode ser “[...] definida como a mobilização do conhecimento (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício pleno da cidadania e do mundo trabalho” (BRASIL, 2017, p. 08).

Conforme o Currículo em Espiral, os conteúdos ou as ideias devem ser apresentadas aos estudantes de forma simples e com linguagem acessível, para que possam compreender, mas, que posteriormente podem ser revisadas ou revisitadas “[...] com grande precisão e potência, até que finalmente o estudante alcance a recompensa do domínio”. Salienta também que, um conteúdo pode ser ensinado a qualquer sujeito, desde que respeite as suas fases cognitivas (BRUNER, 2008, p. 109 – 110).

Desse modo, o Currículo em Espiral propõe o ensino com significado, valorizando várias dimensões, como: questões históricas-socioculturais, o

protagonismo estudantil, o ensino por descoberta, erro com significado, experimentação, investigação, experiências vivenciais, utilização de ferramentas pedagógicas, sequência de ensino como ótima estratégia de ensino, incorporação de novas ideias, voltado para a compreensão de diferentes estruturas de conhecimento, para que o sujeito possa ver quão longe e por quais meios pode trilhar (BRUNER, 2015). Desse modo, o autor (2015), descreve competência como um conjunto de ações para explorar e entender a estrutura de aprendizagem abordada; habilidade, é especificada por princípios e atitudes, levando o sujeito a aprender e como aprender com significado.

Seguindo esse processo de discussão, Perrenoud e Thurler (2002, p. 164) salientam que, “[...] “competência refere-se à capacidade de compreender uma determinada situação e reagir adequadamente frente a ela” “[...], pois, a competência [...]” relaciona-se ao “saber fazer algo”, que por sua vez, envolve uma série de habilidades”. Conforme estes autores (2002), habilidades é um conjunto de aptidão ou disposição que um indivíduo possui para atuar ou resolver situações que lhe são postas no seu cotidiano.

Desse modo, a BNCC e os currículos devem exercer papéis complementares, assegurando as aprendizagens e fortalecendo as ações curriculares.

4 ENSINO DE MATEMÁTICA NUMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA E PROBLEMATIZADORA NA VISÃO DE D'AMBROSIO, SKOVSMOSE E LOREZATO EM DIÁLOGO COM BRUNER

4.1 A dinâmica do acultramento matemático na percepção de D'Ambrosio

A Matemática é uma área abstrata, mas, está em constante movimento, por meio da articulação e do diálogo com outras áreas do conhecimento, trazendo para seu eixo de estudo, temas que norteiam a discussão, reflexão e análises, explorando problemas em vários níveis de escolaridade, contribuindo dessa maneira, para a formação de professores e estudantes nas práticas de pesquisas e investigação. Nesta visão, D'Ambrosio (1986, p. 44) enfatiza que, “[...] o verdadeiro espírito da Matemática é a capacidade de modelar situações reais, codificá-las adequadamente, de maneira a permitir a utilização das técnicas e resultados conhecidos em um outro contexto [...]”.

A educação é uma prática cultural e social, refletindo as formas de pensar, fazer e agir dos professores e estudantes, problematizando e socializando o conhecimento, fazendo-os meditar e questionar o seu papel na sociedade. Nesse aspecto, D'Ambrosio (2012, p. 63), conceitua educação como uma tática da sociedade com o intuito de contribuir para que cada indivíduo alcance o seu potencial, assim, são encorajados a colaborar com outros em ações comuns na busca do bem comunitário.

Currículo em Educação matemática é uma questão desafiadora, pois se busca superar o alto índice de reprovação e de evasão dos estudantes, procurando medidas dirigidas às práticas docentes oferecendo novas metodologias de ensino, buscando técnicas para melhorar a qualidade e o domínio do conteúdo por meio da significação contextual, focalizando em criar novos mecanismos de avaliação, procurando dispor de um sistema de informações que permita aquilatar e aprimorar os objetivos, a qualidade do ensino. Assim, os currículos precisam ser (re)pensados, vistos e avaliados constantemente, ajustando suas propostas às práticas e linguagens aos contextos histórico-sociais, orientando o processo de ensino aprendizagem na Área de Matemática para a promoção da cidadania. D'Ambrosio (2012, p. 63) afirma que “[...] *Currículo* é a estratégia para a ação educativa”.

Seguindo nesse enfoque, o autor (1986, p. 44), ressalta que os objetivos, os conteúdos e os métodos são solidários, resultados necessariamente de uma análise conceitual de ação, porém, precisam se adequar às novas formas tecnológicas,

através da reformulação do currículo, tendo em vista a ligação do indivíduo com o seu meio, num sentido mais amplo, o currículo necessariamente precisa ser dinâmico e contextualizado.

No que tange ao aspecto avaliativo, D'Ambrosio (2012), ressalta a importância de incorporar ideias e conhecimentos por meio da pesquisa, da investigação e de atividades que façam o estudante recapitular o que aprendeu, treinando a oralidade e a escrita como uma forma heurística e significativa para sua formação intelectual, cultural e social. Neste enfoque, o autor comenta que no Brasil, e em outros países, procedem com testes padronizados, como exames e testes. Para ele, contudo, estes têm apresentado efeito negativo, pois não representam o valor do conhecimento vivencial adquiridos pelos estudantes. Mediante essa afirmação, o autor defende alternativas avaliativas, por exemplo, as atividades escritas que podem ser realizadas após a transmissão do professor:

[...] *relatório-avaliativo* da aula, entregue ao professor na aula seguinte. Trata-se de um relatório escrito, reconhecendo que o mundo moderno exige a escrita em praticamente todas as ações.

[...] *resumo analítico*. Isso se assemelha muito às fichas de leitura, pouco comuns em matemática, mas que devem ser estimuladas. Essencialmente, esses resumos analíticos ajudam a desenvolver uma disciplina de leitura e de relato de experiências importantes no processo educativo.

[...] *ensaio-resenha*. Culminando o processo de avaliação, é importante um trabalho de fim de curso, de natureza monográfica, mais amplo que um resumo analítico [...]. (D'AMBROSIO, 2012, p. 65, 68,69).

Com base nesses pressupostos, o autor (2012) mostra o propósito dos relatórios e resumos, tendo em mente uma forma de estimular e motivar a reflexão em torno do processo de aprendizagem dos discentes, tratando com respeito o seu progresso e incentivando a tomada de consciência.

Nesse cenário, o professor exerce o papel de gerenciador, de facilitador do processo de aprendizagem, pois, espontaneamente, interage com o estudante na elaboração e na criticidade de novos conhecimentos, por meio da pesquisa e investigação evidenciada em sala de aula, promovendo uma cultura coletiva, participativa e respeitosa.

Na concepção de D'Ambrosio (2012), para o processo de educação ser global é necessário produzir resultados positivos e que promovam valores significativos na vida dos estudantes e professores. Assim, a dinamização da matemática precisa assumir uma nova posição, ou seja, integrar e renovar o conhecimento objetivando o

enriquecimento existencial de todos os sujeitos. Com base nessa premissa, o pensar e o fazer matemático, estabelecem-se em diferentes contextos, pois será configurado na sala de aula e fora dela, por intermédio da história, das atividades investigativas, da interação com o meio vivencial, da contextualização, da interdisciplinaridade, das dinâmicas e práticas, desta forma, debruça-se com clareza, magia, exatidão e rigor sobre o conhecimento matemático.

Com vista na visão de D'Ambrosio (2012), a comunicação gera conhecimento, que se manifesta de diferentes formas de convivências, de culturas e sociedades. O diálogo em sala de aula provoca a curiosidade e a descoberta do outro, e, coletivamente processam informações de uma mesma realidade, a qual integra professor, aluno e conhecimento, fortalecendo a prática escolar por meio da discussão e construção do conhecimento, sendo organizadas e apoiadas em ideais democráticos.

O processo de gerar conhecimento como ação é enriquecido pelo intercâmbio com outros, imersos no mesmo processo, por meio da comunicação. A descoberta do outro e de outros, presencial ou historicamente, é essencial para o fenômeno da vida.

O conhecimento gerado pela interação comum, resultante da comunicação social, será um complexo de *códigos* e de *símbolos* que são organizados intelectual e socialmente, constituindo aquilo que se chama cultura. *Cultura* é o substrato dos conhecimentos, dos saberes/fazeres e do comportamento resultante, compartilhado por um grupo, comunidade ou povo. Cultura é o que vai permitir a vida em *sociedade*. (D'AMBOSIO, p. 21 – 22).

Para trabalhar novas situações é necessário criar um ambiente de respeito, de igualdade e de cooperatividade. Nesse sentido, D'Ambrosio destaca a importância de adequar a educação ao desenvolvimento pleno e justo, estruturando as novas maneiras de relações sociais, baseada numa nova proposta de organização planetária, denominada por ele de "*ética da diversidade*". O autor (2012, p. 110) evidencia três pontos importantes:

1. *Respeito* pelo outro com todas as suas diferenças;
2. *Solidariedade* com o outro na satisfação de necessidades de sobrevivência e de transcendência;
3. *Cooperação* com o outro na preservação do patrimônio natural e cultural comum.

Desse modo, culturalmente, o ensino da matemática ativa a criatividade dos estudantes, uma vez que, estimula a curiosidade, o pensamento analítico e intuitivo, motivando-os a adotarem uma postura de pesquisador e investigador, buscando a excelência da aprendizagem, mediante novas situações.

4.2 Matemática crítica na perspectiva de Skovsmose

Na visão de Skovsmose, a aprendizagem deve apoiar o desenvolvimento da cidadania, pois a Educação Matemática deve organizar e alicerçar ideais democráticos, proporcionando valores significativos e cooperativos dentro e fora da sala de aula. Assim, o ensino da matemática deve ser trilhado e assentado no diálogo, reflexão, investigação, constituindo diferentes visões de mundo, onde as concepções ganham sentido e se transformam mediante cada grupo social, expressando suas preocupações, seus desejos, seus sonhos, enfim, é por meio do discurso que as mudanças ganham vida e a ação se manifesta através do compromisso sociocultural de cada sujeito como ser pensante, crítico e reflexivo. Assim, o autor (2014, p.38) indica que:

[...] A aprendizagem é uma forma de ação, como tantas outras. Para aprender, o indivíduo precisa tomar iniciativas, ter planos, agir. É um processo repleto de intenções e motivos. Assim, quando pretendemos investigar fenômenos de aprendizagem, precisamos considerar a intencionalidade dos aprendizes.

A matemática vem ganhando novos significados, movendo-se em diversos ambientes de aprendizagem, visando melhores condições para aquisição do conhecimento, provocado por atividades que se transformam genuinamente em investigações matemáticas. Esse tipo de atividade tem gerado uma comunicação entre professor e estudante quebrando o paradigma tradicional da sala de aula, e, por conseguinte, tem criado uma harmonia na sala de aula e aumentado o interesse pela aprendizagem. Nesse sentido, Alrø e Skovsmose (2010, p. 59) destaca que, “Os alunos devem ser convidados para um cenário para investigação, a fim de se tornarem condutores e participantes ativos do processo de investigação”.

O cenário investigativo é uma proposta, segundo esses autores, desafiadora e produtiva, propondo que professor e estudantes sejam capazes de atuar em cooperação, caracterizando a autonomia intelectual. Neste processo, os estudantes podem explorar o conteúdo matemático, e, podem associar uma utilização desses conhecimentos em seu cotidiano. Skovsmose (2014) menciona a importância de pensar na aprendizagem como uma ação que conduz diretamente a pesquisa e investigação, apontando maneiras de como a aprendizagem se concretiza nos espaços escolares.

A matemática em ação tem exercido um papel importante para a reflexão de uma variedade de situações e práticas, explicitando métodos e ferramentas como alternativas para abordagem e resolução de problemas, transmitindo confiança e credibilidade nas investigações, com o objetivo de desenvolver a natureza científica e a aproximação das pessoas por meio da comunicação, mas também, é alvo de reflexões críticas, constituindo uma base apropriada para o conhecimento organizado e contextualizado. Com vista nessa convicção, Skovsmose (2008, p. 63) destaca que:

Considero que as reflexões pressupõem o diálogo. Se desejarmos uma educação matemática que facilite as reflexões sobre a matemática em ação, então devemos trabalhar na direção de estabelecer ambientes de aprendizagem nos quais as reflexões possam ser estimuladas por meio do diálogo.

Nesse sentido, Alrø e Skovsmose (2010, p. 120 -121), mencionam o diálogo como a construção de novos significados em um processo colaborativo de investigação, qualificando como uma forma humilde e respeitosa de interagir e cooperar com o outro por meio de uma relação de confiança bilateral. Os autores (2010, p. 122) citam Gergen (1973,1997) salientando que, “O diálogo pode ser examinado em termos de construção do conhecimento, mas também construção de relação [...]”.

Nesta mesma linha, Freire (2005), afirma que o diálogo norteia um trabalho prático-reflexivo na sala de aula por meio de temas geradores, permitindo que professor e estudante interajam suas experiências e vivências trazidas de suas comunidades, desse modo, sente-se inserido ativamente no processo e sai da condição de oprimido. Para o autor (2005, p. 91), “[...] o diálogo é uma exigência existencial. E, se ele é o encontro em que se solidarizam o refletir e o agir de seus sujeitos endereçados ao mundo a ser transformado e humanizado”.

Para salientar essa riqueza de pensamento, Alrø e Skovsmose (2010, p. 123), enfatizam três aspectos importantes para o diálogo e aprendizagem na sala de aula, articulando a mediação de um trabalho significativo e motivando a descoberta e curiosidade: “(1) Realizar uma investigação, (2) Correr riscos e (3) Promover a igualdade”. Sendo assim, é necessário que a aprendizagem aconteça num ambiente confortável e respeitoso sob uma atmosfera de confiança mútua e compartilhada.

Em nossa opinião, numa perspectiva reflexiva, o ensino e aprendizagem da matemática devem servir para formar cidadãos conscientes, analíticos e críticos. Desta forma, não pode ser trabalhada de forma mecanizada e nem tão pouco, como

pronta e acabada. Mas, a priori, a matemática é dinâmica e contextualizadora, focada com objetos de ação e acentuada na criatividade e na evolução humana. Embora, as ideologias atrapalhem o desempenho e a eficácia, abortando a sua seriedade contextual na sociedade.

Segundo Skovsmose (2008), a linguagem matemática foi constituída durante processos evolutivos e por intermédio de vários estágios de compreensão e de criatividade da humanidade, porém, é representada por uma rede embasada nas ideias, na interpretação da realidade, na descrição do mundo, nas formulações de prioridades e nas tomadas de decisões. Assim, pode ser vista e apreciada nos discursos matemáticos e nas implicações do cotidiano.

O currículo matemático se integra a outras áreas do conhecimento, mas também, é único na sua função curricular, trazendo suas competências, objetivos, métodos e estratégias para o discurso educacional. Inserindo para dentro da sala de aula as diferentes formas de conhecimento sendo gerenciadas por inovações científica e tecnológica. Do ponto de vista crítico, no desenvolvimento de suas competências mostra-se classificatória, por meio da avaliação, testes e mensurações ocorridas no contexto escolar, exigindo do estudante o domínio de competências onde irá se dar a concretização em atos de inclusão ou de exclusão (SKOVSMOSE, 2014).

A avaliação vista sob a perspectiva da cooperação investigativa assume diversas formas. Alrø e Skovsmose (2010, p. 116), listam algumas formas de avaliação que decorrentes neste processo, requerem do professor uma atenção contínua, destacando, "Correção de erros, crítica negativa, crítica construtivista, conselho, apoio incondicional, elogio ou um novo exame". Desta forma, o processo de conhecimento é refletido pelo desenvolvimento de habilidades, convivendo lado a lado com os aspectos emocionais e cognitivos.

Nesse enfoque, o professor passa a conhecer o modo de pensar do estudante, respeitando à sua maneira de ser e de interagir coletivamente, mas também, traz para a sala de aula uma forma consciente para ação-reflexiva dos estudantes, mediada pelo companheirismo e respeito.

Por isso, têm-se ocorrido diversas manifestações discursivas em torno do currículo matemático, com objetivo de alinhar as suas competências enfatizando a cidadania, a criticidade, o respeito, a autonomia e a democracia. A ideia fundamental é tornar o ensino da matemática prazeroso, significativo e eficaz, buscando a valorização intelectual dos professores e estudantes considerando o mundo como

algo aberto a mudanças e transformações. Desta forma, é importante tratar a matemática na sala de aula como uma cultura aberta às questões multiculturais para a ressignificação do conhecimento (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010).

4.3 Ensino por descoberta no processo investigativo com a utilização de materiais didáticos na acepção de Lorenzato

Educadores matemáticos estão cada vez mais empenhados e preocupados com o ensino da Matemática, pois vêm buscando inovar suas práticas educativas, por meio de atividades dinâmicas, criativas, lúdicas e investigativas, usando o princípio da descoberta, com estratégias que proporcionem a elaboração de atividades e a produção de materiais pedagógicos, de forma que apresentem valores qualitativos e que tenham significados para formação dos discentes; ampliando assim, ações e práticas. Dessa forma, essas ações visam atender os desafios encontrados na sala de aula para o processo de aprendizagem. Segundo Lorenzato (2008, p. 3), “Ensinar é dá condições para que o aluno construa seu próprio conhecimento”.

Por meio desse ponto de vista, Lorenzato (2010), diz que o currículo matemático deve demonstrar na sua essência, significado na sala de aula, tornando-se necessário aprimoramento e inovação das práticas pedagógicas, sendo norteadas por atividades investigativas, empregando a descoberta como estratégia didática, e, incluindo materiais didáticos que estejam comprometidos com a evolução intelectual, formativa e linguística dos estudantes. Para isso, o autor (2010, p. 32) ressalta que:

A prática pedagógica tem confirmado a necessidade e a conveniência da doação do currículo espiral [...]; nele, ao longo das séries, os mesmos assuntos são retomados e, a cada vez, os conhecimentos são ampliados e aprofundados.

Um mesmo MD (material didático) pode ser utilizado para um assunto, porém em diferentes níveis de conhecimento.

A Educação Matemática, por meio de reflexões, concepções e ações, evidencia que os materiais didáticos são ferramentas que auxiliam o processo de aprendizagem dentro da sala de aula. Dessa forma, as mudanças educacionais exigem cada vez mais, ferramentas apropriadas para requintar e aperfeiçoar as práticas educativas. Assim, Lorenzato (2010, p. 18) afirma que, “Material didático (MD) é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem”.

Na concepção de Lorenzato (2010, p. 25), a utilização de materiais didáticos na prática pedagógica depende da visão do professor. Para ele, tê-lo como aliado na

arte de ensinar, concebem elementos fundamentais para a exploração do conteúdo previsto em sala de aula. Já para o estudante, concebe a alegria pela descoberta, a percepção de sua competência, promove a autoconfiança, perspicácia da linguagem visual, a satisfação em procurar soluções e fazer constatação, compreender a matemática, desmitificar o conceito de que a matemática é difícil e promover o conhecimento com alegria, superando as dificuldades.

Nesse enfoque, a estrutura matemática concede aos estudantes oportunidades de ver o mundo do conhecimento sob diferentes perspectivas, promovendo a engenhosidade matemática, interação e formação, exigindo organização, competência, habilidade e mudança de atitude. Dessa forma, realizam a verbalização do pensamento, ou seja, a comunicação das ideias, o raciocínio, reflexões, ações e conclusões.

Para Lorenzato (2010), os materiais didáticos, são facilitadores de aprendizagens, pois, servem de apoio visual e tátil, constituindo um caminho de raciocínio, estabelecendo regras e criatividade em torno do “objeto”, onde indivíduos constroem uma ação sobre o objeto de aprendizagem, delineando processos para novos saberes. Desse modo, promovem o encorajamento pela descoberta, valorizam a criatividade, curiosidade e investigação no ambiente escolar, situando professores e discentes como protagonistas, resultando numa ação pedagógica, e, evidenciando a qualidade do ensino e da aprendizagem.

No conceito de Bruner (2008), os materiais embutidos no planejamento das atividades da sala de aula, devem ser interessantes, informativos e estilosos, que fomentem formas e ideias de transmitir ou fazer os estudantes pensarem de forma independente, conjugando novos saberes.

Baseando-se nesse contexto, a utilização dos materiais didáticos no espaço escolar, são práticas pedagógicas que constituem uma aba construtiva do currículo matemático, relacionando conteúdo, prática e teoria, adotando metodologias inovadoras que se constroem mediante vários contextos. Nesse sentido, os materiais didáticos manipuláveis têm o objetivo de tornar o ambiente escolar mais apreciável, atraente, interessante e prazeroso, possibilitando a construção mútua e respeitosa do conhecimento, em que estudantes são instigados a traçar objetivos, estratégias, regras, conceitos em torno do objeto estudado. Nessa abordagem, Lorenzato (2010, p. 61), ressalta a importância de se trabalhar o material concreto em sala de aula, assinalando que:

O material concreto exerce um papel importante na aprendizagem. Facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar o aluno na construção de seus conhecimentos.

Outro aspecto importante, é a exploração investigativa, que converge para a compreensão da matemática, construindo conexões com o cotidiano. Nesse sentido, Lorenzato (2010, p. 95 – 96) menciona que, “[...] investigações em sala de aula, os alunos são convidados a indagar, discutir e estabelecer relações por meio da matemática, tendo como referência a realidade, ou melhor, problemas dessa realidade”.

Para o autor (2010), a dinâmica de trabalho por descoberta com foco na investigação lúdica, traz benefícios na aprendizagem, além de professores e estudantes poderem compartilhar suas experiências e criatividade, centradas no conhecimento e embasadas por práticas reflexivas. Nessa proposta, o processo de avaliação é formativo, com a função de propiciar oportunidades para o enriquecimento do raciocínio e da aprendizagem, com significação motivacional e real, sendo efetuada por meio de contextos vividos por professores e estudantes. Em relação à avaliação formativa, Perrenoud (1999, p. 103 – 104) salienta que, “[...] a avaliação formativa define-se por seus efeitos de regulação dos processos de aprendizagem. Dos efeitos buscar-se-á a intervenção que os produz e, antes ainda, as observações e as representações que orientam essa intervenção”.

Assim, os materiais didáticos mantêm um vínculo entre conteúdo, prática, criatividade, experiências, imaginação e descoberta, efetuadas por meio da investigação, pois estimulam a curiosidade, transformam e constroem possibilidades, elaborando estratégias, possibilitando a visualização do problema, com o propósito de superar as dificuldades na aprendizagem dos estudantes, aproximando a linguagem matemática da linguagem comum, permitindo a compreensão e a desmistificação do saber matemático.

Desse modo, Bruner (2015), ressalta a importância de trabalhar no espaço escolar, o ensino por meio da descoberta em consonância às ferramentas de aprendizagens, levando em consideração as experiências, conhecimentos, vivências e respeito aos estágios de vida. O autor (2006) explica que, as ferramentas de aprendizagens não são somente para embelezar o objeto em estudo, mas deve apresentar um amplo significado e subsidiar na organização e a efetivação do conhecimento, com o intuito de desenvolver habilidades e explorar várias fontes de

conhecimentos. “É nesse sentido amplo que as ferramentas possuem sua significação própria como amplificadores das capacidades humanas e implementadoras da atividade humana” (BRUNER, 2006, p. 90).

Nesse sentido, a teoria de Bruner (2015), propõe criar oportunidades para o estudante recordar o conteúdo quantas vezes forem necessárias até que a aprendizagem se efetive, desse modo, interpretamos que esta estratégia está baseada no desenvolvimento de um currículo em espiral. Trata da aprendizagem cooperativa e estimuladora, ocorridas por intermédio da curiosidade e da investigação. Na sua concepção, fala de um currículo socializador, democrático e libertador, e que contenha eixos contextuais com significados, ações e práticas que motivem a vida; enfatiza que o estudante aprende, quando o ensino for capaz de combinar a teoria com a prática, pois, cada pessoa constrói seu modelo de mundo com base na sua cultura, experiências e concepções.

Para Lorenzato, o ensino deve estar respaldado nas vivências, experiências e no diálogo que mostre relevância para a vida do estudante. Destaca o ensino por descoberta, como uma forma de interação com o meio, permitindo as trocas de saberes. Salaria que, a linguagem promove uma comunicação matemática com o mundo das ideias, das observações e da cultura vivencial do meio. Nessa mesma linha de pensamento, mostra que os materiais didáticos favorecem o ensino por descoberta, pois é uma introdução para o mundo da investigação.

Desse modo, as concepções de Bruner e Lorenzato comungam da mesma linha de pensamento e ações, com a visão de concretizar a aprendizagem com qualidade, e, levar o conhecimento a todas as crianças, jovens e adultos, por meio de uma metodologia transformadora, participativa e reflexiva.

4.4 Entrelaçamento de concepções e ideias para desencadear o processo de aprendizagem matemático

A junção de ideias e concepções para desencadear o processo de conhecimento matemático, traduzem a mudança e a transformação do planejamento e da ação pedagógica, conduzindo à evolução do pensamento e à busca de aperfeiçoamento da práxis. Assim, o diálogo entre Bruner, D’Ambrosio, Skovsmose e Lorenzato vem pautar a importância de inovação e exploração para a construção de novos saberes.

Bruner (2006), na demonstração de sua Teoria, apontou diversas experiências para implementação da aprendizagem com significado, especificando caminhos para estruturação do conhecimento, citando sequências de ensino para a exploração do conteúdo na área da matemática, e, em outras áreas do conhecimento. Mostra a importância do discente na construção do seu próprio conhecimento, partindo das vivências, experiências e compreensão em relação ao meio em que estão inseridos. O autor (2006) menciona que, as práticas pedagógicas devem conter ações que instruem o desenvolvimento cognitivo, intelectual, formativo e humano, de forma que construam e ampliem novos saberes. Ele (2006), especifica a relevância de trabalhar com a prática de atividades investigativas, promovendo a descoberta e criatividade, para exploração de contextos e resolução de problemas.

Para Bruner (2008), a linguagem é uma forma natural de internalização e processamento de informações, seguidas de outras formas de linguagens, como instrumento do pensamento humano. O autor (2008, p. 115) destaca que, “[...] a linguagem no conhecimento seja o meio mais potente que temos para realizar transformações no mundo e transmutar sua forma por meio da recombinação no interesse da possibilidade”, e que esta, contém funções mágicas e combinatórias na sua produtividade. Dessa forma, o escritor (2008), aponta que o diálogo possibilita a interação do sujeito com o meio em que se insere, com vista na experiência, vivência e cultura.

Skovsmose (2010), traz a Matemática numa construção crítica embasada em princípios dialógicos substanciada em diferentes contextos, e, destaca a importância da investigação e da comunicação na sala de aula, como elementos essenciais para promoção da aprendizagem. Descreve que, o conhecimento compartilhado entre professor e estudante é a mola-mestra para a produção de significados, pois, é gerado pela ação, numa abordagem plural, interdisciplinar e contextualizada. Para o autor (2010, p. 47), a aprendizagem como ação está associada a certas qualidades como “[...] meta, decisão, plano, motivo, propósito e intenção. A intenção da ação está presente na própria ação”, para a ressignificação do processo de aprendizagem.

Na difusão do conhecimento matemático, D’Ambrosio (2012) menciona que, o conhecimento é gerado por meio da interação comum entre os sujeitos, compartilhando suas formas de pensar, agir e fazer, resultante do processo de comunicação social, atrelado ao complexo conjunto de códigos e de símbolos, sendo organizados intelectualmente e socialmente, daí denomina-se de cultura. O autor

(2012) ressalta a importância da Matemática, por meio de contextos históricos e culturais, descrevendo-a numa abordagem holística, evidenciando o multiculturalismo, pluralismo, transdisciplinaridade e Etnomatemática, em contextos reais, por via de ações entrada na figura do estudante e do professor.

Dessa forma, D'Ambrosio (2012), vai descrevendo a matemática dentro de uma cultura de paz, ação e investigação. Destacando que, a linguagem é um fator riquíssimo para aquisição do conhecimento. Por conseguinte, no decorrer de seu discurso, traz em seus textos dinâmicas que caracterizam a Educação Matemática, com enfoques no desenvolvimento das relações intraculturais, interculturais, organização, criatividade, respeito, solidariedade, cooperação. A aprendizagem deve ser elaborada e conduzida numa cultura de paz e significados.

Para o embasamento da cultura matemática no espaço escolar, Lorenzato (2008), explica a importância e as implicações do ensino por descoberta por meio do processo investigativo, pois, o objetivo é favorecer ao estudante reconhecimento do meio cultural que está inserido. Desse modo, as vivências produzem novos saberes. O autor (2008) explica que cada estudante tem o seu próprio estilo de aprender, isso se deve ao estágio de desenvolvimento, apresentando assim, um formato natural de pensar e agir. Destaca ainda que, cada sujeito tem suas concepções de vida, por isso, a aprendizagem precisa ocorrer mediante a contextos reais, valorizando cada ser com suas individualidades.

A partir do exposto, Lorenzato (2008), fala que o ensino e a aprendizagem devem percorrer caminhos que estimulem o conhecimento, valorizando os contextos sociais e culturais de cada indivíduo, por meio de aplicações reais, e que, auxiliem os estudantes a se preparem para os enfrentamentos de desafios cotidianos, pois, devem estar embasados numa cadeia de significados, para o crescimento intelectual e humano. Desse modo, o autor (2008) nas suas explicações e descrições compartilha o seu pensamento com Bruner (2015), declamando que, quando o estudante comete um erro ao responder alguma pergunta, no contexto da sala de aula, não porque queira, mas como uma dica para que o professor possa buscar novas formas interpretativas e pedagógicas de lidar com os desafios, pois, mesmo errando, este estar evoluindo, ou seja, “[...] o erro possui um valor formador [...]” (LORENZATO, 2008, p. 50).

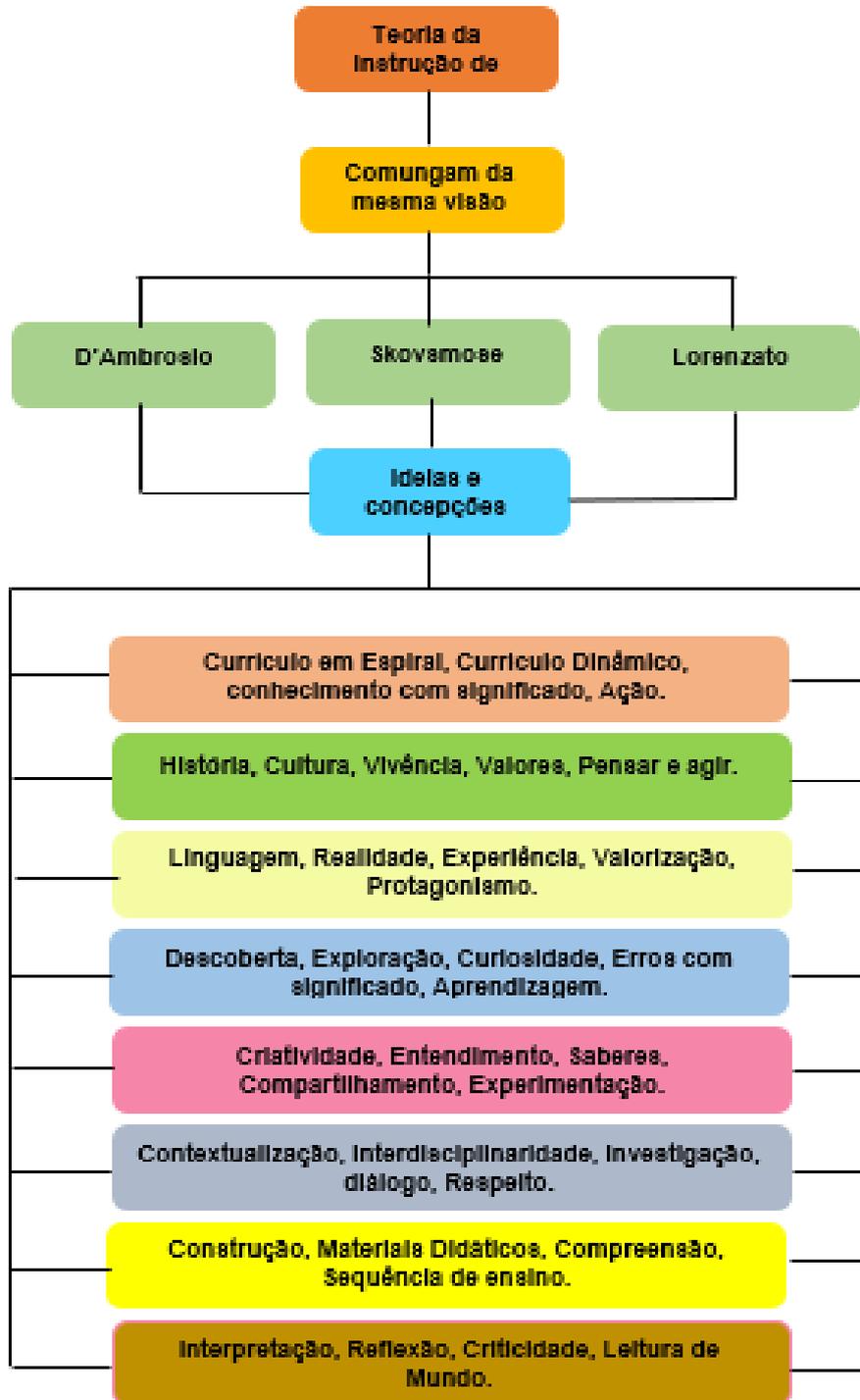
Na visão de Lorenzato (2008), o ensino da matemática deve conduzir para a ampliação de novos olhares, interpretações, construções e conhecimentos. Para o

autor (2008), a matemática deve ser interpretada como um instrumento de vida, concebendo significação, explicando os porquês matemáticos e auxiliando na resolução de problemas. Outro ponto importante, destacado pelo autor, é que a experimentação leva o estudante a percorrer novos caminhos, uma vez que, “[...] experimentar é investigar” (LORENZATO, 2008, p. 72).

Convém lembrar que Paulo Freire também comunga da mesma concepção de Bruner, ressaltando a importância do diálogo, leitura de mundo e de si mesmo, cultura e contexto, realidade, experiência e vivência; assim, destaca a importância de um currículo transformador, e, que tenha professores e estudantes como protagonistas do processo de mudança e aprendizagem.

Para analogia do entrelaçamento de ideias e concepções, temos uma representação dinâmica de conceitos, prática e ação, apresentado na figura 1.

Figura 1 – Tessitura de ideias e concepções



Fonte: Elaborada pela autora, 2021

Por conseguinte, para configurar essas discussões num formato prático, dinâmico, ativo e reflexivo, criamos oportunidades para redesenhar ações, visando mudança da práxis e exploração de novas alternativas pedagógicas, com vistas à

aquisição de conhecimento com significado, aprimoramento e qualificação do processo de aprendizagem.

No capítulo subsequente, mostraremos a trajetória metodológica e os procedimentos para o desenvolvimento do processo de pesquisa, por meio de uma abordagem qualitativa, estabelecendo método, técnica, análises, interpretações, sujeitos participantes e ação pedagógica mediada por uma sequência de ensino, por fim, a avaliação que consistiu na verificação da estratégia aplicada, destacando os benefícios que esta traz no processo de aprendizagem.

5 TRAJETÓRIA METODOLÓGICA

A metodologia consiste em um detalhamento minucioso e rigoroso para o desenvolvimento da pesquisa, desvelado pelo método de trabalho que irá percorrer o desdobramento de toda ação, transcrevendo um caminho de reflexão, interpretação e explicação. Desta forma, a pesquisa deve ser conduzida por uma série de critérios associados à observação, ao estudo, a prática e a ação (PRODANOV; FREITAS, 2013, p. 126).

Nesse enfoque, o vocábulo pesquisa tem origem no latim “perquirese”, e exprime a atividade cujo objetivo é buscar, indagar, descobrir e investigar. Assim, o ato de pesquisar significa investigar com profundidade um determinado assunto. Gil (1991, p. 19), considera a pesquisa como “[...] procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos”. Nessa perspectiva o objetivo principal de uma pesquisa é buscar meios para se obter respostas a um problema proposto.

Para Minayo (1993, p.23), a pesquisa é uma atividade básica das ciências na sua indagação e descoberta da realidade, constituindo-se em uma atitude e prática teórica de constante busca que define um processo intrinsecamente inacabado e permanente. “É uma atividade de aproximação sucessiva da realidade que nunca se esgota, fazendo uma combinação particular entre teoria e dados”.

Desenvolvendo este ponto de vista, a metodologia é uma explicação do tipo de pesquisa, do instrumental utilizado - como: questionário, entrevista, observação e outros, do tempo previsto, da equipe de pesquisadores e da divisão do trabalho, das formas de tabulação e tratamento dos dados, enfim, de tudo aquilo que se utilizou no trabalho de pesquisa. Thiollent (1986, p. 25), considera que a metodologia é uma maneira de guiar a pesquisa, afirmando que:

Nesse sentido, a metodologia pode ser vista como conhecimento geral e habilidade que são necessários ao pesquisador para se orientar no processo de investigação, tomar decisões oportunas, selecionar conceitos, hipóteses, técnicas e dados adequados.

Assim, a metodologia delinea os caminhos que serão percorridos no processo da pesquisa e sua sistematização, embasados por métodos e técnicas que proporcionam meios para a sua efetivação (BORBA; ALMEIDA; GRACIAS, 2018). Desse modo, a “[...] trajetória visa oferecer sugestões e/ou subsídios para o desenvolvimento mais harmonioso do objeto de estudo e para que se possa contribuir

para a reconstrução e construção de novos conhecimentos” (OLIVEIRA, 2012, p. 47). Portanto, a metodologia inclui um conjunto de procedimentos que dão consistência à pesquisa, mantendo uma relação existencial entre objeto de estudo e o pesquisador, evidenciando a prática investigativa.

5.1 Característica da pesquisa numa abordagem qualitativa

A pesquisa foi desencadeada por uma abordagem qualitativa, trazendo uma relação proativa entre o mundo real e o sujeito, no qual a observação e a interpretação são elementos fundamentais para o processamento da investigação. Nesse sentido, Prodanov e Freitas (2013, p. 70) consideram que:

Na abordagem qualitativa, a pesquisa tem o ambiente como fonte direta dos dados. O pesquisador mantém contato direto com o ambiente e o objeto de estudo em questão, necessitando de um trabalho mais intensivo de campo. Nesse caso, as questões são estudadas no ambiente em que elas se apresentam sem qualquer manipulação intencional do pesquisador.

No requisito da pesquisa qualitativa, Minayo (2001, p. 21-22), destaca a relevância no processo investigativo, pois denota uma profundidade no mundo dos significados por meio de ações que se manifestam a partir da convivência entre pessoas de uma mesma comunidade, afirmando que:

A pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares. Ela se preocupa, nas ciências sociais, com um nível de realidade que não pode ser quantificado. Ou seja, ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis.

Diante disso, a pesquisa qualitativa por ser experiencial e interpretativa, abordando um conjunto de valores e significados para compreensão do objeto pesquisado, partindo das experiências vivenciais e da interação com o meio dos sujeitos, assim, busca uma explicação bem elaborada para o entendimento do problema, como também, contribui para o planejamento de ações, de forma que mude e transforme a vida das pessoas, evidenciando novas descobertas.

Nesse aspecto, Stake (2011, p. 49) destaca que, “[...] a característica mais marcante da pesquisa qualitativa seja o fato de ser interpretativa, uma batalha com os significados”. Pois, é uma forma que o pesquisador encontra para a obtenção da descrição e para a interpretação situacional de um problema ou fenômeno, na qual procura modificar a percepção dos sujeitos envolvidos, compartilhando suas

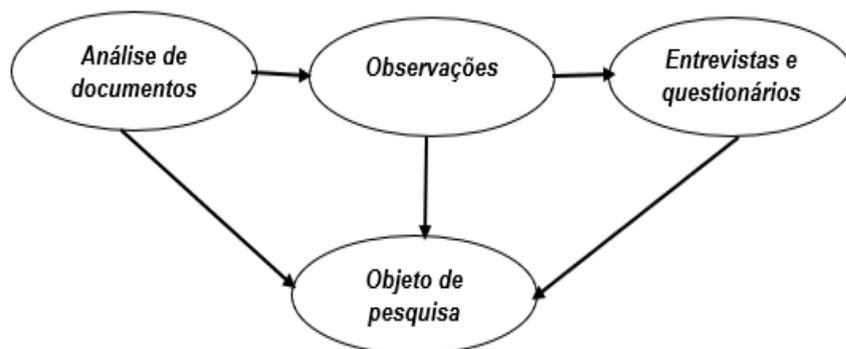
experiências com outros pesquisadores, com o intuito de aprimorar o pensamento reflexivo e discursivo, e, encontrar uma solução significativa para o problema (STAKE, 2011, p. 68).

De acordo com o ponto de vista de Bogdan e Biklen (1994, p. 51), “O processo de condução de investigação qualitativa reflete uma espécie de diálogo entre os investigadores e os respectivos sujeitos [...]”, estabelecendo “[...] estratégias e procedimentos que lhes permitam tomar em considerações as experiências do ponto de vista do informador”. Nesse sentido, os autores (1994, p. 47 – 51), destacam que, a investigação qualitativa apresenta cinco características que configuram esse tipo de estudo, considerando que:

1. *Na investigação qualitativa a fonte directa de dados é o ambiente natural, construindo o investigador o instrumento principal.*
2. *A investigação qualitativa é descritiva.*
3. *Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos.*
4. *Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva.*
5. *O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.*

Seguindo essa linha de pensamento, Oliveira (2012, p. 37 – 38), recomenda que na abordagem qualitativa é necessário que haja clareza ao “[...] adentrar em estudos que permitam diagnosticar em profundidade a realidade a ser pesquisada”. Para melhor entendimento, a autora (p. 38) apresenta o seguinte quadro conceitual:

Figura 2 – Quadro conceitual para abordagem qualitativa



Fonte: OLIVEIRA (2012, p. 38)

Por conseguinte, “[...] a abordagem da pesquisa qualitativa aprofunda-se no mundo dos significados das ações e relações humanas [...]” (MINAYO et al., 1994, p. 22), desencadeando um conjunto de informações importantes que dialogam com a realidade observada, porém, remetem a cuidados, critérios, planejamentos e ações para a interpretação, compreensão e resolução do problema.

5.2 Local, período e público-alvo da pesquisa

A pesquisa foi executada no 2º Colégio da Polícia Militar Coronel Hervano Macêdo Júnior, pertencente a rede estadual de ensino, localizada no município de Juazeiro do Norte – Ceará. A escolha do local se deve ao fato de a pesquisadora pertencer ao quadro de funcionários da referida instituição, e, poder contribuir para o processo de ensino e aprendizagem dos discentes, por meio da aprimoração e reflexão da prática pedagógica.

Sendo assim, as ações pedagógicas elaboradas e conduzidas pela professora pesquisadora, efetuaram-se por meio de atividades investigativas, explorativas, interdisciplinares e contextualizadas, com vista em uma prática de ensino por descoberta, dialógica, participativa e lúdica; as atividades foram desenvolvidas no formato remoto, por intermédio da Plataforma do Google Meet.

Desse modo, o trabalho se estruturou por meio de um conjunto de atividades para o Estudo de Função, abordando várias temáticas para elaboração de conceitos, interpretações, leituras, conjecturas e resolução de problemas. À vista disso, o público-alvo foram os estudantes de uma turma de 2º ano do ensino médio, que estudam no período da manhã, e, por ter sido professora dessa turma em 2019, pois, já havia falado sobre a pesquisa. Assim, foram convidados a participar da pesquisa de forma espontânea e voluntária, por meio de um convite de aceite, explicitando a importância tanto do trabalho quanto da presença de tê-los como protagonistas. Essa turma é formada por 42 estudantes; destes, 25 responderam ao questionário, em que fazia uma prévia acerca de Função; e, apenas dez (10), se dispuseram a participar das atividades. Esse modelo de participação, é justificado pelo critério de amostragem por conveniência, que,

Constitui o menos rigoroso de todos os tipos de amostragem. Por isso mesmo é destituída de qualquer rigor estatístico. O pesquisador seleciona os

elementos a que tem acesso, admitindo que estes possam, de alguma forma, representar o universo (GIL, 2008, 94).

Nesse contexto, as ações ocorreram através de atividades, no contraturno das aulas dos estudantes, sendo composta por seis (06) encontros, de forma que, o primeiro encontro foi destinado a conversação, exposição da pesquisa e explicação da importância do primeiro questionário para coleta de dados, já os demais, foram para execução da pesquisa. Além disso, contou com participação do monitor da turma (militar), mãe e coordenadora pedagógica (militar) e da coordenadora da Área da Natureza (civil).

Para divulgar a proposta de pesquisa, elaboramos e divulgamos no aplicativo WhatsApp o convite apresentado na figura 3. Por meio dessa iniciativa, conseguimos firmar parcerias com os estudantes e reunir o público-alvo da pesquisa.

Figura 3 – Modelo do convite encaminhado aos discentes pelo WhatsApp



Fonte: Elaborada pela autora, 2021.

As ações da pesquisa foram preparadas, montadas e organizadas para acontecer presencialmente, mas, devido o momento pandêmico vivido pelo planeta, foi necessário fazer algumas mudanças e adaptações, tendo que ser realizadas de forma virtual. Em virtude da disseminação pandêmica ocasionada pelo Coronavírus (COVID-19), a escola juntamente com seu colegiado precisou se adequar, refazer-se e ressignificar o processo de ensino aprendizagem. Tentando conter a disseminação do vírus, a Organização Mundial de Saúde (OMS), decretou o distanciamento e o isolamento social entre as pessoas, o uso de máscaras, a higienização constante das

mãos e dos materiais individuais. Ficando assim, suspensa todas as atividades educacionais presenciais.

Desse modo, a educação e seus segmentos tiveram que buscar novas formas de proceder com o seu trabalho de informar, instruir e formar cidadãos sem perder a sua essência e seus objetivos. Assim, professores e estudantes, foram estimulados a se adequar às novas formas de conhecimentos, modificando a estrutura de ensino e aprendizagem, utilizando programas, aplicativos e ferramentas digitais.

Então, por conta dessa problemática, o trabalho teve que tomar outro rumo de execução, da prática presencial para a prática virtual. Com isso, todos os encontros foram assíncronos, sendo utilizados pelo Google Meet, Canva, GeoGebra, WhatsApp e Google Formulário, todos com intenções e objetivos específicos para exploração, discussão, explanação e construções, voltadas para a proposta de ensino investigativa numa perspectiva por descoberta.

Em decorrência disso, a estruturação das aulas da sequência de ensino e as ações, sucederam-se no mês de abril de 2021, conforme o quadro 1.

Quadro 1 – Cronograma das ações pedagógicas

Encontros	Horário	Data
Apresentação do projeto para os estudantes e o questionário	Das 10h50min às 11h30min	15 de abril de 2021
1º encontro: Universo funcional, dinâmico e criativo da Matemática e seus desafios na construção dialógica do saber. • Estudo de Função	Das 14h às 17h	05 de maio de 2021 (quarta-feira)
2º encontro: Papo reto na interação informativa	Das 14h às 16h	07 de maio de 2021 (sexta-feira)
3º encontro: Um olhar sorridente e parabólico	Das 14h às 16h	12 de maio de 2021 (quarta-feira)
4º encontro: Um “V” para aventurar o conhecimento	Das 14h às 16h	14 de maio de 2021 (sexta-feira)
5º encontro: encerramento/ menção honrosa pela participação.	Das 14h às 16h	19 de maio de 2021 (quarta-feira)

Fonte: Elaborada pela autora, 2021.

5.3 Método de pesquisa: princípios da pesquisa- ação fundamentada numa ação pedagógica

A pesquisa floresceu por meio da reflexão acerca da prática pedagógica, com vista nos problemas e desafios enfrentados na sala de aula, sendo revelada pelos sujeitos que compõem esse espaço de formação. Partindo desse ponto, percebemos a necessidade de entender a complexidade que existe no contexto escolar, propondo ações que possibilitassem melhorias para o processo de aprendizagem, delineando uma sequência de ensino para o estudo de função, com enfoques interpretativos, conjecturais e vivências, partindo de contextos reais.

Segundo Tardif (2014, p. 49), o saber experiencial docente está enraizado

No cotidiano de sua função, os condicionantes aparecem relacionados a situações concretas que não são passíveis de definições acabadas e que exige improvisação e habilidade pessoal, bem como a capacidade de enfrentar situações mais ou menos transitórias e variáveis.

Seguindo esse ponto de vista, a autora (2014) comenta que os condicionantes e as situações do cotidiano permitem ao docente desenvolver os *habitus*, que são atitudes adquiridas a partir da prática, e que ajudam a enfrentar os desafios da profissão. Para ela (2014, p. 49),

Os *habitus* podem transformar-se num estilo de ensino, em “macetes” da profissão e até mesmo em traços da “personalidade profissional”: eles se manifestam, então, através de um saber-ser e de um saber-fazer pessoais e profissionais validados pelo trabalho do cotidiano.

Dessa forma, é importante entender a dinâmica do contexto escolar e quem são os sujeitos que estão inseridos nesta realidade, pois, exige do professor investigador, compreensão, criticidade, comprometimento e reflexão, em torno de sua prática pedagógica. Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 67) afirmam que não basta somente compreender a realidade e a problemática da aprendizagem, mas é preciso intervir, objetivando à emancipação dos sujeitos. Neste contexto, Freire (2011, p. 193), salienta que, “[...] a ação cultural deve partir de um conhecimento preciso das condições deste meio; de um conhecimento das necessidades sentidas [...]”.

Dentro dessa perspectiva, a escolha do método pesquisa-ação pedagógica numa abordagem qualitativa, percorrem caminhos que, na qual estabelecem procedimentos investigativos fixados aos objetivos, onde irá desencadear o estudo e explicar um determinado problema. É uma forma construtiva, elaborada e planejada de utilizar instrumentos adequados para esclarecer a realidade estudada. Assim,

Oliveira (2012, p. 49) destaca que, “[...] o método é o caminho que se deve percorrer para consecução de nossos objetivos”.

Outrossim, os métodos de procedimentos garantem uma compreensão íntima e detalhada com o objeto de estudo, pois especifica a etapa da investigação denotando um conjunto de atividades organizadas, traçando o caminho a ser trilhado. Marconi e Lakatos (2003, p. 83) salientam que, “[...] o método é o conjunto das atividades sistemáticas e racionais que, com maior segurança e economia, permite alcançar objetivo – conhecimentos válidos e verdadeiros -, traçando o caminho a ser seguido, detectando erros e auxiliando as decisões do cientista”. Nesse sentido, Prodanov e Freitas (2013, p. 36), especificam que, os métodos de procedimentos “[...] visam oferecer a orientação necessária à pesquisa social, em especial no que diz respeito à obtenção, ao processamento e à validação dos dados pertinentes ao problemático objeto da investigação realizada”.

A propositura da pesquisa está inserida num cenário de pesquisa-ação, estabelecendo flexibilização, discussão e ação em torno da prática docente. Neste tipo de pesquisa, o pesquisador e os participantes exercem um papel ativo, e as observações em torno dos problemas ocorrem em tempo real (THIOLLENT, 1986). A pesquisa-ação, visa por meio da investigação qualitativa mudanças e melhorias das práticas, neste caso, a melhoria da prática de ensino em matemática implica em promover formas adequadas para o processo de aprendizagem dos estudantes.

Com base nesse pensamento, Franco (2016, p.513) salienta que:

[...] compreender a práxis docente, permitindo articular melhor teoria educacional e prática docente; e, ao professor, compreender sua prática, sua função social e política e transformar seu olhar sobre ela para, assim, poder reconstruí-la na perspectiva da formação dos alunos.

Evidenciando esse campo de ação, a pesquisa-ação tem instrumentalizado mecanismos para os processos investigativos, evidenciando observações, relatos e um debate-reflexivo-concreto acerca da situação vivenciada da sala de aula. Nesse aspecto, é um tipo de pesquisa que requer uma ação, e, por conseguinte, um resultado que incidirá na forma vivencial e intelectual do discente. Assim, é conduzida por ações, comunicação, organização, orientação e tomadas de decisão, permitindo desta forma, o planejamento de exercícios práticos e interventivos. Nesse contexto, o ensino, a problemática, aprendizagem e a superação, são elementos que condicionam as mudanças e transformações no espaço escolar (THIOLLENT, 1986). Conforme o

autor (1986, p. 14), a pesquisa-ação é definida como “[...] um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema [...]”.

E com base nesse entendimento, a pesquisa se apoiou nos princípios da pesquisa-ação, sendo respaldada numa ação pedagógica, trazendo em se bojo os desafios da sala de aula. A ação pedagógica, estabelece novas alternativas para o planejamento e execução da prática, debruçada sob os desafios que permeiam o aprendizado dos discentes, sendo uma rica oportunidade de produzir encaminhamentos, atitudes e ações, para lidar e desvelar novas maneiras de produzir o conhecimento, por meio de situações práticas, possibilitando assim, a exploração e a constituição de saberes com significados (PIMENTA; FRANCO, 2014). Assim, “A ação corresponde ao que precisa ser feito (ou transformado) para realizar a solução de um determinado problema” (THIOLLENT, 1986, p. 70).

A esse respeito, Pimenta e Franco (2014, p. 115), explicam que, a pesquisa-ação e a ação pedagógica percorrem caminhos que se embricam, pois apresentam elementos comuns e diferenciados, diante das formas de validação de seus processos, integrando-se a um projeto de pesquisa, por meio do diagnóstico, definição, ação e “[...] pela complementariedade de objetivos, pela especificação de princípios e focos e por uma teoria pedagógica e de pesquisa”. Tomando como referência esse pensamento, as autoras (2014, p. 116) declamam que:

[...] a utilização da pesquisa-ação integrada à ação pedagógica como meio de produzir conhecimento sobre o cotidiano de trabalho, com o intuito de atingir melhorias no desenvolvimento profissional dos sujeitos, da coletividade investigada, assim como das instituições educacionais envolvidas, desafiando o professor a partir de sua prática docente, pela ação em grupos integrados, cooperativos. Busca-se assim a profissionalização continuada, a superação de situações ou problemas práticos num processo espiral reflexivo.

Dessa forma, a ação pedagógica se estabelece no princípio da complexidade, por meio da sistematização, organização, planejamento, diálogo, desafios e problemas, sendo enfrentados pelos sujeitos no contexto escolar, aspirando a superação. Assim, esse princípio é norteado por elementos cruciais para o enfrentamento dos desafios da sala de aula, tomando como base a prática, vivência, dinâmica, pesquisa e investigação, para a elaboração de estratégias pedagógicas, e posteriormente, a decodificação e a clareza da abordagem das temáticas de ensino, para a elevação da capacidade de entendimento, interpretações e as

operacionalidades que circundam esse processo , permitindo dessa forma, uma nova perspectiva de aprendizagem (PIMENTA; FRANCO, 2014).

E nessa embarcação de problemas e desafios, a ação pedagógica orienta caminhos para o processo de aprendizagem, alimentando-se da relação da teoria com a prática, apresentando como característica principal a flexibilização (PIMENTA; FRANCO, 2014). Baseando-se nessa preposição, é que, o ensino da matemática deve incorporar gradativamente produções que tenham significados por meio de ações problematizadoras, buscando alternativas de reflexão e análises, sendo delimitada por novos olhares investigativos.

No campo da matemática, a ação pedagógica indica a construção de instrumentos para composição de elementos para o processo de investigação, evidenciando observações, relatos e um debate-reflexivo-concreto acerca da situação vivenciada da sala de aula. Nesse sentido, os sujeitos que estão inseridos nesse contexto, são mobilizados e encorajados a trilharem num percurso de ação suscitado na revelação de novos saberes (PIMENTA et al., 2015). D'Ambrosio (1986), explica que a ação pedagógica tem como destino o aprimoramento do trabalho de sala de aula, levando em consideração a multiplicidades de perspectivas e desafios.

Assim, o contexto da pesquisa se configurou nos modos da complexidade da realidade, constituindo-se dentro do ambiente escolar, a partir de questões que implicam no processo de aprendizagem dos estudantes, tendo como base a experiência profissional, levando a refletir sobre a prática pedagógica e planejamento de ações para a superação dos desafios e a produção de conhecimento. Com base nessa afirmação, Oliveira (2012) descreve a importância da interação do pesquisador com o contexto pesquisado, a qual deve estabelecer uma relação respeitosa e harmoniosa, por meio de atos significativos e de um constante diálogo.

Portanto, as ações pedagógicas apresentam objetivos específicos voltados para a produção do conhecimento, pois, são definidas, dirigidas e construídas por meio de atividades organizadas, pela socialização de saberes, experiências, descrições, pensamento intuitivo-analítico, com o intuito de superar as dificuldades e os entraves encontrados na aprendizagem dos discentes, propondo-lhes possibilidades, alternativas, flexibilização e significado para o processo reflexivo, construtivo e espiral (conduzida por novas perguntas e reflexões), sistematizando e evidenciando a valorização de novas práticas e saberes (FRANCO; PIMENTA, 2018).

Com base na concepção de Franco e Pimenta (2018), a organização e reorganização das ações, desencadeiam caminhos para reflexão crítica e o desenvolvimento humano, com vista na reestruturação pedagógica, apontando para o processo de novas relações sociais e culturais envolvendo professor (a) e estudante na exploração de novas realidades.

Desse modo, as ações dispostas nesta pesquisa foram pensadas e elaboradas a partir da reflexão da prática docente, e, da complexidade da sala de aula, tendo como foco principal o protagonismo estudantil e seus saberes. Essa forma de ação, configurou-se na construção do redesenho metodológico, em que o conhecimento passa a ser construído na recriação do diálogo, da partilha, da teoria e da prática.

5.4 Procedimentos para coleta e análise de dados

Após a definição da proposta de pesquisa e das diretrizes metodológicas, deve se proceder com a coleta de informações para apoiar as questões que inicialmente foram elencadas para o processo de investigação. Desse modo, “A escolha desse *corpus* de investigação deve pautar-se na pergunta, no objeto de estudo do pesquisador” (EITERER, 2010, p.23).

Dessa maneira, os procedimentos utilizados para levantar os dados ou informações para determinar os motivos que desencadeiam algum tipo de problema ou para esclarecer o que está sendo pesquisado, especificam-se as técnicas de pesquisa, pois são instrumentos que detalham e clareiam o objeto estudado. Nesse sentido, a técnica irá fornecer subsídios para o desenvolvimento da pesquisa. Oliveira (2012, p. 57) menciona que, “A técnica compreende a aplicação de instrumentais, regras e procedimentos que facilitam o processo-aprendizagem e a construção do conhecimento”. Segundo o autor (2012), as técnicas são recursos exclusivos indicando o passo a passo para a viabilização do método.

Então, para compreensão e organização dos fatores que influenciam na aprendizagem dos discentes, foram abordados vários critérios de análises para obtenção de informações, como: questionário fechado – para o levantamento prévio de elementos que permeavam o processo de aprendizagem dentro da sala de aula; observação e caderno de campo – servindo de suporte e registro das informações que iam surgindo durante cada encontro, sendo meios de sustentação visual, emocional e escrita, tratando dos fatos e achados informativos; por fim, questionário aberto – com o objetivo de avaliar a estratégia de ensino adotada para a superação

dos desafios e problemas percebidos no processo de ensino, e, ao mesmo, servido de reflexão para a prática pedagógica da pesquisadora.

Assim, apresentaremos nesse percurso, os instrumentais utilizados na pesquisa, com intuito de colher informações, emissão de dados para análise e suporte para elaboração dos resultados.

5.4.1 Instrumentos de Coleta

Para a obtenção de dados informativos numa investigação, faz-se necessário a utilização de instrumentos que constatem e descrevam dados acerca do objeto em estudo, tendo a partir daí, elementos para condução do processo. De acordo com Marconi e Lakatos (2002, 30 – 31),

A seleção do instrumental metodológico está, [...], diretamente relacionado com o problema de estudo; a escolha dependerá dos vários fatores relacionados com a pesquisa, ou seja, a natureza dos fenômenos, o objeto da pesquisa, [...] e outros elementos que possam surgir no campo da investigação.

Desse modo, “Nas investigações, em geral, nunca se utiliza apenas um método ou técnica [...]”, pois, “Na maioria das vezes, há uma combinação de dois ou mais deles, usados concomitantemente” (MARCONI; LAKATO, 2002, p. 31).

Portanto, para a coleta de dados recomenda-se mais de uma forma, isso, possibilita “[...] o cruzamento, a checagem e a validação dos dados, conferindo maior credibilidade às suas conclusões” (EITERER, 2010, p. 23). Então, utilizamos o questionário, a observação e o caderno de campo, como instrumentais para nortear a pesquisa, e posteriormente, servir de ferramenta para a ação pedagógica.

5.4.1.1 Questionário

A priori, o questionário difundiu informações para o planejamento de ações suscitando o ensino por descoberta, de modo que a aprendizagem fosse concebida e sistematicamente organizada por uma sequência de ensino.

Em virtude da problemática abordada na sala de aula, como: a deficiência interpretativa e argumentativa para o entendimento e resolução de problemas matemáticos do cotidiano, a incompreensão da linguagem matemática e o distanciamento com os contextos reais com ausência de significados, a técnica

utilizada para o colhimento de informação foi o questionário, traduzindo os objetivos da pesquisa, e ao mesmo tempo, respondendo às perguntas que nortearam a pesquisa, requerendo procedimento técnico e o respeito aos estudantes participantes, contendo proposições que descreviam alternativas fechadas. As respostas apresentadas pelos estudantes, serviram de suportes para guiar o processo de pesquisa, e, delinear ações para o enfrentamento dos desafios da aprendizagem no contexto escolar.

Nesse enfoque, ressaltamos que, na elaboração de questionários, é necessário que haja clareza e objetividade, de modo que possibilitem aos pesquisados ou estudantes, uma melhor compreensão e interpretação na hora de assinalar os quesitos, e que estejam conexos com seu ponto de vista e que vá ao encontro de sua realidade, pois, consiste em levantar dados importantes para o pesquisador, implicando na condução e destino da pesquisa.

Por conta da sua simplicidade, agilidade e coerência, os questionários podem ser aplicados na sala de aula, permitindo uma rapidez maior nos levantamentos de dados, tratamentos de informações e cruzamentos estatísticos, com o objetivo de detectar o problema, e posteriormente, uma intervenção adequada a cada situação.

Este instrumento de coleta deu encaminhamento à pesquisa, pois teve a função de averiguar as problemáticas que ocorrem na aprendizagem dentro da sala de aula. Marconi e Lakatos (2003, p. 201) pontuam que, "Questionário é um instrumento de coleta de dados, constituído por uma série ordenada de perguntas, que devem ser respondidas por escrito e sem presença do entrevistador". Atualmente, é observado em muitas pesquisas o uso de questionário de forma virtual, pois, tem acelerado as informações e os aspectos pesquisados, possibilitando maior rapidez na apuração e coleta de dados.

Dentro dessa concepção, e visando responder ao primeiro objetivo proposto na pesquisa: 1. Identificar os saberes dos estudantes acerca de funções, por meio de conceitos alternativos no contexto matemático, relacionados com situações do cotidiano. Elaborou-se inicialmente um questionário, o qual suscitou informações e fornecimento de respostas precisas para o delineamento da pesquisa, foi constituído por três (03) perguntas fechadas, por sua vez, respondidas pelos estudantes. Este, teve o propósito de diagnosticar as dificuldades que afetavam o processo de aprendizagem na sala de aula, como também, colher informações relacionadas ao conhecimento inicial a respeito de Função (Apêndice 1). Fiorentini e Lorenzato (2012,

p. 117) afirmam que, “As questões fechadas são mais fáceis de serem respondidas, compiladas e tratadas estatisticamente”.

De acordo com o pensamento de Muzucato et al. (2018, p. 75), “As questões fechadas oferecem categorias diferenciadas e pré-definidas; são aquelas em que o informante escolhe sua resposta entre outras opções já estabelecidas”. Esse tipo de questionário “[...] facilita o trabalho do pesquisador e a tabulação dos dados, afinal, as respostas são mais objetivas, segmentadas, especificadas e preliminarmente organizadas”.

Com relação a aplicação dos questionários, é importante explicar que, *a priori* foi respondido individualmente pelos estudantes, já *a posteriori*, em dupla, onde identificou-se os pesquisados por uma letra do nosso alfabeto.

Diante do exposto, é importante justificar que a escolha do conteúdo de Função se deve ao fato de estar presente em diferentes contextos do cotidiano, e, por apresentar relevância interdisciplinar dentro da matemática em consonância com outras áreas do conhecimento envolvendo linguagem, problemas e aplicações. Vale destacar que, este conteúdo tem características estruturantes em quase todo ensino médio. Além disso, os estudantes apresentam dificuldades na organização dos dados, leitura e interpretação para a formulação de uma lei de formação, e posteriormente, resolução.

Assim, o questionário preliminar forneceu subsídios informativos pertinentes às dificuldades que influenciam no processo de aprendizagem, permitindo a elaboração imediata de uma ação pedagógica por meio da elaboração de uma sequência de ensino para estudos de Função com aspectos analíticos, interpretativos e conjecturais, destacando a importância do ensino investigativo por descoberta.

Diante dos resultados, a pesquisa deu cunho a elaboração de uma sequência de ensino por descoberta, por intermédio de processos investigativos, de forma contextualizada e divertida, sendo diversificada com materiais didáticos e concretos, ferramentas tecnológicas e atividades interdisciplinares, com a função de dinamizar o contexto vivencial da sala aula, proporcionando a curiosidade e denotando mudanças na forma de pensar e agir de cada estudante. É importante ressaltar que parte do material foi enviado para a residência de cada discente, e as demais atividades, realizaram-se de forma online através da Plataforma do *Google Meet*.

Para avaliar a percepção dos estudantes sobre as estratégias de ensino na produção de novos saberes, a partir dos relatos de experiências, descobertas,

contribuições, impactos e benefícios que o ensino investigativo por descoberta proporciona no processo de aprendizagem, promovida pela sequência de ensino por meio da ação pedagógica; assim, foi estruturado um segundo questionário, contendo seis questões abertas (Apêndice 2), a fim de validar as estratégias didáticas empregadas, bem como para a obtenção de sugestões de melhoria e aprimoramento da prática docente. Este, também tinha o intuito de copilar informações sobre a postura crítica e interpretativa dos estudantes, baseando-se em vivências, trazendo novas fontes de informações e diferentes maneiras de visualização de mundo, e, ampliação de conhecimentos relacionados à cultura matemática.

Tratando-se de questionário com questões abertas, Muzucato et al. (2018, p. 75) apontam que,

[...] o entrevistado pode responder de forma dinâmica e espontânea considerando um léxico entendimento propriamente seu. Essas questões viabilizam uma resposta livre do informante, que abre mão assim, de uma linguagem própria na emissão de suas representações, visões e opiniões.

Assim, as aplicações dos questionários descreveram informações pertinentes às dificuldades que influenciavam no processo de aprendizagem e a validação da estratégia de ensino. Desse modo, as informações coletadas foram tratadas analiticamente, e, categorizadas, ficando assim, mais simples e coeso o tratamento dos dados. Neste caso, a linguagem visual permite projetar uma informação mais rápida e precisa, dando um suporte para a linguagem escrita.

Por fim, o questionamento abordado na técnica de pesquisa serviu de suporte para sondar o campo pesquisado, com o compromisso de sublinhar e alinhar com precisão e transparência os aspectos definidos pela pesquisa. É importante frisar que os estudantes tiveram a liberdade de escolha para participar ou não da pesquisa e das atividades. Foi postado um convite no grupo do *WhatsApp*, direcionado aos estudantes e um comunicado aos responsáveis esclarecendo a importância da pesquisa e seus benefícios, sendo direcionado ao *Google Formulário* através de um *link* para acesso de aceite.

É importante mencionar que, o planejamento inicial era realizar o questionário de forma presencial, onde os estudantes tivessem o contato direto com o formulário, mas, o momento atual impossibilitou a realização, uma vez que, o planeta vive uma situação atípica de Pandemia, conhecida como COVID-19. Por orientações da Organização Mundial de Saúde, solicita-se que as pessoas fiquem em isolamento

social para evitar contágio. Então, vale dizer que, os questionários foram realizados por meio do *Google* Formulário, sendo enviado para os estudantes um *link* de acesso no grupo do *WhatsApp*.

5.4.1.2 Observação

Apresenta uma função importante no processamento da pesquisa, constituindo elementos fundamentais na coleta de dados por meio da observação e descrição evidenciado no objeto de estudo (GIL, 2008, p. 100). Requer uma atenção especial e uma memória analítica sensível, para absorver informações do pesquisado sem intrometimento do pesquisador, apenas levando em consideração os dados apresentáveis acerca do objeto.

De acordo com Eiterer (2010, p. 27), a observação na pesquisa de educação, “[...] é um procedimento que possibilita ao pesquisador um significativo contato com as situações no próprio contexto em que eles ocorrem, enquanto ocorrem”. Desse modo, a observação permite colher informações importantes no campo de pesquisa, especificando detalhes acerca do objeto de estudo.

Para Marconi e Lakatos (2003, p. 190), “A observação é uma técnica de coleta de dados para conseguir informações e utiliza os sentidos na obtenção de determinados aspectos da realidade. Não consiste apenas em ver e ouvir, mas também em examinar fatos ou fenômenos que se deseja estudar”. Nesse sentido, é uma técnica que colabora com o trabalho do professor investigador, onde este observa, descreve e busca estratégias para melhorar a compreensão dos estudantes na sala de aula. O autor (p. 191) ressalta a importância dessa técnica no contexto da descoberta, exigindo do pesquisador um contato mais direto com a realidade.

Fazendo referência ao processo de pesquisa, desencadeado dentro da sala de aula, a observação é uma técnica que desempenha um papel relevante para a percepção de elementos que constituem os traços para o desenvolvimento do trabalho investigativo. Assim, na medida que as atividades vão sendo desenvolvidas, é neste momento que verificamos atentamente as reações e reflexos dos estudantes no processo de aprendizagem. Isso requer um planejamento mais rigoroso, preciso, amplo e criativo, permitindo dessa forma, traçar metas e elaborar estratégias para o problema observado, mas também, para examinar detalhadamente os fatos que se

desejar identificar, estudar, e posteriormente, poder inferir na realidade contribuindo para o processo de aprendizagem.

Nesse ponto de evolução da pesquisa, a observação transcorreu somente no grupo de estudantes que se inscreveram para participar dos encontros, uma vez que denominada de ação pedagógica, constituindo-se uma sequência de ensino para o Estudo de Função.

Portanto, a visualizar, compreensão e interação com o meio pesquisado, enfatizando o exercício da observação, mantendo “[...] o espírito atento, curioso, perspicaz, questionador e preparado para abordar a realidade que se deseja compreender de maneira profícua” (MUZUCATO, 2018, p. 64). Desse modo, o percurso observacional nos serviu de apoio para a organização dos dados, e posteriormente, na estruturação das análises, tendo em vista, os resultados, sendo registrado no caderno de campo.

5.4.1.3 Caderno de Campo

É um instrumento de registro didático pedagógico que serve para averbar o percurso de construção de uma pesquisa de forma detalhada. Neste, contém o passo a passo da pesquisa, como: procedimentos, estratégias, dados para análises, imagens, observações, ideias, reflexões, desafios e dificuldades encontradas para realização e execução da pesquisa. Por fim, referências e abordagens de um trabalho investigativo, integrativo e participativo.

Desse modo, a função do caderno de campo foi compilar todos os aspectos da pesquisa com maior detalhamento, possibilitando-nos ricas anotações para organização dos dados. Nesse sentido, Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 118) destacam que é “Um dos instrumentos mais ricos de coleta de informações durante o trabalho de campo [...]”. Em vista disso, o desenvolvimento e a maturação da pesquisa representam momentos únicos na vida do pesquisador, pois procedem a instrumentos de reflexão e ação para a prática educativa, descrevendo toda dinâmica sociocultural para o processo de aprendizagem dos estudantes na sala de aula, e ainda, a atuação e a participação na descoberta pelo conhecimento.

O uso do diário ou caderno de campo consiste em complementar as informações e análises da pesquisa, além de fomentar os procedimentos de indagações apresentados no questionário. De acordo com esse ponto de vista,

Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 118) indicam que, “É nele que o pesquisador registra observações de fenômenos, faz descrições de pessoas e cenários, descreve episódios ou retrata diálogos. Quanto mais próximo do momento da observação for feito o registro, maior será a acuidade da informação”.

Destarte, o diário de campo compreende observações e descrições do investigador, presidindo no ponto de partida para o plano dissertativo. Conforme Falkembach (1987) citado por Gerhardt et al. (2009, p. 76), comentam que:

O diário de campo é um instrumento de anotações, um caderno com espaço suficiente para anotações, comentários e reflexão, para uso individual do investigador em seu dia a dia. Nele se anotam todas as observações de fatos concretos, fenômenos sociais, acontecimentos, relações verificadas, experiências pessoais do investigador, suas reflexões e comentários. Ele facilita criar o hábito de escrever e observar com atenção, descrever com precisão e refletir sobre os acontecimentos.

Sendo assim, o diário de campo, ou caderno de campo, apresenta característica dinâmica e flexível, com a função de documentar as atividades diárias de uma pesquisa ou relato de algum tipo de experiências, comentários, interpretações, tendo em vista, a qualificação e a veracidade da pesquisa, como também, para a preparação descritiva do relatório final (STAKE, 2011). No decorrer da pesquisa é perceptível, por meio de anotações, as mudanças ocorridas e o desencadeamento de intervenções que fortalecem a fonte da pesquisa.

Assim, o caderno de campo é um instrumento de registro, “[...] ao qual recorreremos em qualquer momento da rotina do trabalho que estamos realizando. Ele, na verdade, é um “amigo silencioso” que não pode ser subestimado quanto à sua importância” (MINAYO, 1994, p. 63). A autora (1994), explica que, é nele, que, “[...] colocamos nossas percepções, angústias, questionamentos e informações que não são obtidas através da utilização de outras técnicas” (p. 63).

Por fim, o caderno de campo contém as anotações que servem de apoio para elaboração, análises e conclusão para fase final da pesquisa, pois, tem o objetivo prioritário de “[...] construir detalhes que no seu somatório vai congrega os diferentes momentos da pesquisa” (MINAYO, 1994, p. 63 – 64).

5.4.2 Técnica para análise de dados

Para o tratamento e interpretação dos dados, utilizamos a metodologia da Análise de Conteúdo, que segundo Franco (2018, p. 13), “[...] assenta-se nos pressupostos de uma concepção crítica e dinâmica da linguagem”. Sendo “[...] entendida, como uma construção real de toda a sociedade e como expressão da existência humana [...], que se estabelece entre linguagem, pensamento e ação”. De acordo com Bardin (2016, p. 48), a Análise de conteúdo é:

Um conjunto de técnicas de análises das comunicações visando obter por procedimento sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) dessas mensagens.

Desse modo, Análises de dados ou análise de conteúdo numa vertente investigativa e qualitativa descrevem e interpretam informações de uma determinada situação, induzindo o pesquisador a compreender a problemática pesquisada. Esta se decompõe em técnicas que caracterizam princípios para o processamento do estudo e da descoberta definindo adequadamente o domínio dos objetivos, permitindo um vasto campo para exploração, explicação e intervenção de um fato. Bardin (2016), menciona que existem duas funções na prática de Análise de Conteúdo, que dão suporte a todas as formas de comunicação, sendo de qualquer natureza, em que, na prática podem ou não se decompor, pois, as duas podem coexistir de maneira complementar, e, interagirem, uma reforçando a outra. Com base nessa prerrogativa, a autora (2016, p. 35 – 36), sublinha que:

- Uma *função heurística*: a análise de conteúdo enriquece a tentativa exploratória, aumenta a propensão para a descoberta. É a análise de conteúdo “para ver o que dá”.
- Uma função de “*administração da prova*”. Hipóteses sob a forma de questões ou de afirmações provisórias, servindo de diretrizes, apelarão para o método de análise sistemática para serem verificadas no sentido de uma confirmação ou de uma informação. É a análise de conteúdo “para servir de prova”.

Ao discorrer na concepção da Análise de conteúdo, Franco (2018, p. 12), explica que, “O ponto de partida da Análise de conteúdo é a mensagem, seja ela verbal (oral ou escrita), gestual, silenciosa, figurativa, documental ou diretamente provocada”. Pois, as mensagens representam expressões sociais, onde são elaboradas mentalmente e construídas socialmente, portanto, as suas interpretações e toda a sua complexidade se estabelece entre sentido e significado. Nesse sentido, a autora (2018, p. 13), enfatiza que:

O significado de um objeto pode ser absorvido, compreendido e generalizado a partir de suas características definidoras e pelo seu *corpus* de significação. Já o sentido implica a atribuição de um significado pessoal e objetivo que se concretiza na prática social e que se manifesta a partir das Representações Sociais, cognitivas, subjetivas, valorativas e emocionais, necessariamente contextualizadas.

Tendo em vista esse pressuposto, Franco (2018, p. 26), pontua que todo processo de comunicação é constituído por cinco elementos, sendo: “[...] uma *fonte* de emissão; um *processo codificador* que resulta em uma *mensagem* e se utiliza de um canal de transmissão; um *receptor*, ou detector da mensagem, e seu respectivo *processo decodificador*”.

Seguindo esse contexto de análise, Bardin (2016, p. 44), menciona que, “A intenção da Análise de Conteúdo é a inferência”, e, para que esta se realize é necessário tomar por base

[...] indicadores de frequência, ou, cada vez mais assiduamente, com a ajuda de indicadores combinados [...], toma-se consciência de que, a partir dos resultados da análise, se pode regressar às causas, ou até descer aos efeitos das características das comunicações (BARDIN, 2018, p. 27).

Desse modo, Bardin (2018, p. 45), destaca a importância do analista no tratamento das mensagens para retirada das informações e conhecimentos ao inferir, ou seja, executa um papel de detetive, pois trabalha com “[...] *índices* cuidadosamente postos em evidência por procedimentos mais ou menos complexos”. Desse modo, mostra que,

[...] a *descrição* (a enumeração das características do texto, resumida após o tratamento) é a primeira etapa necessária e [...] a *interpretação* (a significação concedida a estas características) é a última fase, a *inferência* é o procedimento intermediário, que vem permitir a passagem, explícita e controlada, de uma à outra.

Tomando como base a análise de conteúdo, a pesquisa foi delineada a partir da organização sugerida por Bardin (2016), mostrando as diferentes etapas para sua execução.

1. A pré-análise: tem por objetivo a organização, embora ela própria seja composta por atividades não estruturadas, “abertas”, por oposição à sistemática dos documentos. Nesta fase, apresenta-se três pontos importantes: a *escolha dos documentos* a serem submetidos à análise, a formulação das

hipóteses e dos objetivos e a elaboração de indicadores que fundamentam a interpretação final (BARDIN, 2016, p. 125 – 126).

2. A exploração do material: consiste essencialmente em operações de codificação, decomposição ou enumeração, em função de regras previamente formuladas (BARDIN, 2016, p. 131).
3. O tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação: Os resultados brutos são tratados de maneira a serem significativos (“falantes”) e válidos. Operações estatísticas simples (porcentagens), ou mais complexas (análise fatorial), permitem estabelecer quadros de resultados, diagramas, figuras e modelos, os quais condensam e põem em relevo as informações fornecidas pela análise (BARDIN, 2016, p. 131).

Reiteramos que, dentre o conjunto de técnicas fornecidas pela Análise de Conteúdo, a análise dos dados efetuou-se por meio da Análise Temática, tendo em vista, diversas possibilidades de categorização trazidas pelas falas, mensagens e temas que sucederam na pesquisa. Pois, a “[...] *Análise Temática*, é rápida e eficaz na condição de se aplicar a discursos diretos (significações manifestas) e simples” (BARDIN, 2016, p. 201). Conforme a autora (2016, p. 135), “Fazer uma análise temática consiste em descobrir os “núcleos de sentido” que compõem a comunicação e cuja presença, ou frequência de aparição, podem significar alguma coisa para o objetivo analítico escolhido”.

Portanto, para a compreensão, e as análises dos dados, utilizamos *a priori* e *posteriori* de categorias, permitindo a descrição crítica e analítica dos fatos, comentários e mensagens, norteando o trabalho de pesquisa. Assim, fez-se necessário, percorrer caminhos teóricos, para poder refletir os objetivos propostos pela pesquisa.

5.4.3 Legitimação ética da pesquisa

O trabalho consistiu numa pesquisa de mestrado pela Universidade Regional do Cariri–URCA, intitulada: “Estudo de Função por meio da estratégia de um Currículo em Espiral numa abordagem matemática investigativa”, que teve como objetivo analisar uma sequência de ensino para apoiar o estudo de Funções, sustentada pela teoria de Bruner por meio do ensino por descoberta e em espiral, em direção a uma perspectiva investigativa.

Assim, a pesquisa, fundamentou-se em princípios éticos, pois objetivou obter legitimidade por meio da participação voluntária, empregando o respeito, dignidade, segurança, integridade aos sujeitos participantes da pesquisa. Os aspectos éticos procederam às atividades da pesquisa, realizada no 2º COM-CHMJ, com uma turma de estudantes do 2º ano do ensino médio, deixando claro e definido as intenções da pesquisadora quanto as ações pedagógicas. É importante esclarecer que, não foi necessária a submissão da pesquisa ao Comitê de Ética da Universidade Regional do Cariri-URCA, pois, resultou numa ação pedagógica.

De acordo com as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (2013, p. 107), a educação escolar adota a ética como um dos princípios que norteiam as políticas educativas e as ações pedagógicas, tendo em vista, a “[...] justiça, solidariedade, liberdade e autonomia; de respeito à dignidade da pessoa humana e de compromisso com a promoção do bem de todos, contribuindo para combater e eliminar quaisquer manifestações de preconceito e discriminação”.

Segundo Eiterer (2010, 35), “[...] a participação dos sujeitos em uma pesquisa se dá mediante autorização por escrito, com clareza dos propósitos e meios de conduzi-la por parte dos envolvidos”. Em vista dessas explicações, a aplicação e concretização da pesquisa, apoiou-se no consentimento da instituição receptora, na autorização dos pais ou responsáveis e no convite de aceite dos estudantes. Seguindo-se, os seguintes protocolos:

1. Termo de Anuência ou Autorização para Execução de Pesquisa – autorização da Instituição escolar (Anexo 1).
2. Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para os Pais ou Responsáveis (TCLE) – autorização dos pais (Apêndice 3).
3. Convite para os Estudantes (Apêndice 4)

Portanto, a pesquisa teve o intuito de propor uma metodologia de ensino por descoberta, partindo dos desafios identificados na aprendizagem dos estudantes na sala de aula, voltada para os aspectos referentes a linguagem, interpretação, construção e conjecturas no estudo de Função, norteadas por uma ação pedagógica, em que desenvolvemos uma sequência de ensino, instigando a percepção visual, lógica e analítica dos estudantes, provocados pela curiosidade da descoberta.

É importante destacar que, nesta pesquisa, a identidade dos sujeitos não fora divulgada e nem tão pouco identificada. As técnicas utilizadas para coletas de dados

foram questionários, sendo *a priori*, aberto e *a posteriori*, fechado; não requerendo a identificação dos pesquisados, visto que, a pesquisa trata de identificar os desafios da aprendizagem, e como intervenção, uma proposta de ensino por descoberta.

5.5 Proposta da pesquisa para o ensino por descoberta no estudo de Função

Reiteramos que a pesquisa foi desenvolvida à luz do referencial teórico de Jerome Bruner sobre o processo de um Currículo em Espiral, que denota o ensino por descoberta como visto no capítulo 2. A proposta de trabalho veio delinear uma sequência de ensino instituída por ações contextualizadas e investigativas, concebida sob o olhar de Bruner e Lorenzato, com o auxílio de materiais didáticos, leituras e pesquisas, proporcionando estratégias de ensino para o enfrentamento dos desafios da sala de aula, e, viabilizando estruturas de organização, entendimento e desenvolvimento de habilidades, gerenciando novas construções de conhecimento aos estudantes para aquisição do saber. Dessa forma, possibilitou o tratamento de temas que nortearam o desenvolvimento interpretativo-lógico-dedutivo para o estudo de Funções e sua aplicação na realidade, fazendo uma conexão da linguagem matemática com a linguagem do estudante. Destarte, o conteúdo de função foi escolhido pelo motivo de ser mais extenso no ensino médio e por servir de base para nortear outros assuntos, apresentando relevância contextual e informativa no campo do conhecimento.

Pensando no contexto de sala de aula, e, tendo observado as dificuldades interpretativas apresentadas em diferentes textos informativos, como: o entendimento de contextos matemáticos exibidos em diferentes linguagens, reconhecimento do objeto de estudo e sua natureza aplicada, estabelecer relações básicas para resolução de problemas, compreensão das diversas formas de conhecimento matemático levando em conta a organização e estruturação conjecturais, pois são fatores que dispersam e distanciam o estudante das relações de aprendizagem, levando-os a ver o ensino matemático como algo difícil. Por isso, é necessário trazer os discentes para o universo da compreensão das ideias e dos fatos que fazem parte do seu cotidiano, por meio da revelação circunstancial dos conteúdos, promovido pela curiosidade e pela descoberta, de forma que o conhecimento possa fluir naturalmente.

É com base nos desafios, que a sequência de ensino se destaca por apresentar formas metodológicas de envolvimento e integração dos estudantes no contexto

matemático dentro da sala, e conseqüentemente, externar uma visão analítica de outras situações. Assim, professores e discentes são engajados no campo do conhecimento, produzindo novo saberes. Além disso, objetiva favorecer o desenvolvimento do pensamento argumentativo-crítico-reflexivo e estimular a participação coletiva, corroborando para percepção e comunicação de novas ideias matemáticas. Segundo Bruner (1999, p. 71):

[...] existem várias seqüências que são equivalentes na facilidade e dificuldade que apresentam aos alunos. Não há nenhuma seqüência única para todos e a ótima para dado caso dependerá de uma diversidade de factores, incluindo a aprendizagem anterior, o estágio de desenvolvimento, a natureza dos conteúdos e as diferenças individuais.

Dessa forma, a seqüência de ensino proposta teve o intuito de estimular o ensino por descoberta na educação básica, de modo que veio ressignificar e intervir no processo de aprendizagem dos estudantes como sugere Bruner (2006). Este pensador diz que a seqüência condiz uma série de explicações e (re)explicações em torno de um problema ou de um contexto específico, pois consiste em elevar a capacidade de compreensão do estudante, de forma que possa transformar e transferir o aprendido para outras situações, e, superar as dificuldades para o entendimento da linguagem e do contexto matemático, objetivando absorver e dominar novas estruturas de conhecimentos. O autor (2006, p. 67), descreve que as ideias matemáticas quando bem estruturadas sequenciam construções concretas, pois encorajam a criança, jovem ou adulto a desenvolverem habilidades para a compreensão e descrição de novos conhecimentos, no qual são instigados pelo ensino por descoberta.

De acordo com Lorenzato (2008, p. 82), o ensino por descoberta é um recurso didático eficaz, pois promove a experimentação, a procura e estimular a pesquisa, trazendo satisfação para o estudante no ato de descobrir, pensar e agir, simbolizando a efetivação concreta e real da aprendizagem. Desta forma, o ensino por descoberta é uma maneira plausível para estimular e desenvolver o pensamento intuitivo e as construções heurísticas do conhecimento.

Considerando a significação do ensino por descoberta, a seqüência de ensino proposta nesse trabalho sinaliza o conhecimento construído a partir de observações, situações do cotidiano e reflexões, sendo conduzida pelo processo investigativo, possibilitando ao professor compartilhar ideias e informações com os discentes, além de poderem utilizar uma variedade de instrumentos aproximando a teoria da prática,

e ainda, estabelecendo um diálogo matemático na sala de aula com referência ao meio que estão inseridos, ressignificando o ambiente escolar.

Segundo Lorenzato (2010, p. 95), “[...] as investigações realizadas pelos alunos, é possível vivenciar experiências de aprendizagem importantes para prosseguir às explorações e o estudo de vários conceitos e relações [...]”. Na visão de Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p. 143), “A realização de investigações matemáticas, pelo aluno, pode contribuir de modo significativo para a sua aprendizagem da Matemática e para desenvolver o gosto por essa disciplina”.

Para tanto, a proposta suscitou num produto educacional evidenciando atividades investigativas interdisciplinar e contextualizadas, apresentação de materiais didáticos e utilização de ferramentas tecnológicas, produzindo assim, uma sequência de ensino para o estudo de Função, com o objetivo de impulsionar e estimular a aprendizagem, desencadeado a partir da curiosidade, do empenhamento e de situações heurísticas que fazem parte do cotidiano matemático dos estudantes. Em consequência, os discentes foram estimulados a inter-relacionar-se com o mundo da matemática. Assim, nosso propósito, é que, o produto educacional construído a partir das concepções de Bruner, Lorenzato e Freire, fundamentado no ensino por descoberta e o Currículo Espiral possam auxiliar outros professores nas suas práticas pedagógicas, como também, mostrar alternativas para a exploração de Função em diversos contextos matemáticos.

Ressaltamos que, o modelo de sequência abordada nesta pesquisa pode ser ampliado para outros conteúdos matemáticos e outras áreas do conhecimento. Nesse aspecto, Bruner (1999) menciona que, a sequência de ensino é uma ótima opção para abordar qualquer conteúdo de forma dinâmica e criativa.

5.5.1 Conceitualização e funcionalidade contextual de Função

Para efetuar o estudo de Funções com suas aplicabilidades contextuais, é necessário viabilizar discursos concretos e reais, enfatizando a descoberta de novos conhecimentos, por meio de práticas e ações decorrentes de uma sequência de ensino potencializada pela descoberta. Nesse contexto, vê-se um aglomerado de questões com alternativas sociais e culturais que se perpetuam na concretização prática de funções, como:

- ✓ Na compra e venda de uma mercadoria;

- ✓ Numa corrida de táxi;
- ✓ O valor pago de juros numa prestação;
- ✓ O valor pago numa quantidade x de laranjas;
- ✓ O consumo de litros de gasolina por automóvel durante o dia;
- ✓ O valor diário de calorias consumido por um indivíduo;
- ✓ O número de pessoas nascidas em x anos;
- ✓ Análises de tabelas e gráficos que revelam resultados amostrais de situações do cotidiano, como – a contaminação do Corona Vírus, impactos ambientais, e outras.

Daí percebe-se inúmeras situações que permitem o estudo de Função por meio da contextualização e do ensino por descoberta que pode atrair mais os estudantes para o entendimento deste assunto a partir do seu uso social.

Segundo as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (Brasil, 2006, p. 72),

O estudo de *Funções* pode ser iniciado com uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas em diferentes situações: idade e altura; área do círculo e raio; tempo e distância percorrida; tempo e crescimento populacional; tempo e amplitude de movimento de um pêndulo, entre outras. Também é interessante provocar os alunos para que apresentem outras tantas relações funcionais e que, de início, esbocem qualitativamente os gráficos que representam essas relações [...].

Nesse sentido, a contextualização matemática precisa ser acompanhada por uma sequência de atividades focadas no desenvolvimento intelectual e na autonomia-reflexiva dos professores e estudantes, estabelecendo um diálogo entre o conhecimento científico e o escolar, com abordagens teóricas e práticas. Com base nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006, p. 83) destaca que:

É na dinâmica de contextualização/descontextualização que o aluno constrói conhecimento com significado, nisso se identificando com as situações que lhe são apresentadas, seja em seu contexto escolar, seja no exercício de sua plena cidadania. A contextualização não pode ser feita de maneira ingênua, visto que ela será fundamental para as aprendizagens a serem realizadas – o professor precisa antecipar os conteúdos que são objetos de aprendizagem. Em outras palavras, a contextualização aparece não como uma forma de “ilustrar” o enunciado de um problema, mas como uma maneira de dar sentido ao conhecimento matemático na escola.

Com base nessa compreensão, vimos a necessidade de explorar novos campos do conhecimento e propor novas situações, de forma a permitir a integração efetiva dos estudantes, visando a sua participação, interação social e o gosto pelo ato de aprender matemática. Seguindo esse ângulo, a beleza da matemática está na coerência e na aplicação conectiva do contexto sociocultural, buscando inovar e criar

possibilidades para novos entendimentos. Com essa significação, as práticas de sala de aula quando ajustadas nas vivências e no compartilhamento de experiências demandam estratégias que possibilitam a elaboração de uma sequência de atividades, na qual florescem um conjunto de conhecimentos que refletem na vida real. Nesse ponto, Lorenzato, sublinha que:

Ensinar matemática utilizando-se de suas aplicações torna a aprendizagem mais interessante e realista e, por isso mesmo, mais significativa. A presença de aplicações da matemática nas aulas é um dos fatores que mais podem auxiliar nossos alunos a se prepararem para viver melhor sua cidadania; ainda mais, as aplicações explicam muitos porquês matemáticos e são ótimas auxiliares na resolução de problemas (LORENZATO, 2008, p. 53).

Quando o ensino contempla práticas motivacionais, como a descoberta e a investigação no espaço escolar, intensificam a compreensão e a socialização dos estudantes, prosperando a autonomia intelectual gerada pela criatividade, curiosidade e criticidade, assim, oportuniza o discente a construir modelos de superação e de conhecimento, encontrando razão, significado e coragem para o enfrentamento dos desafios matemáticos vivenciados na sala de aula. Assim, quando os estudantes são instigados a vivenciarem situações concretas, obtêm-se experiências surpreendentes, como – justificativas, argumentações, deduções e elaborações de conceitos acerca do contexto estudado.

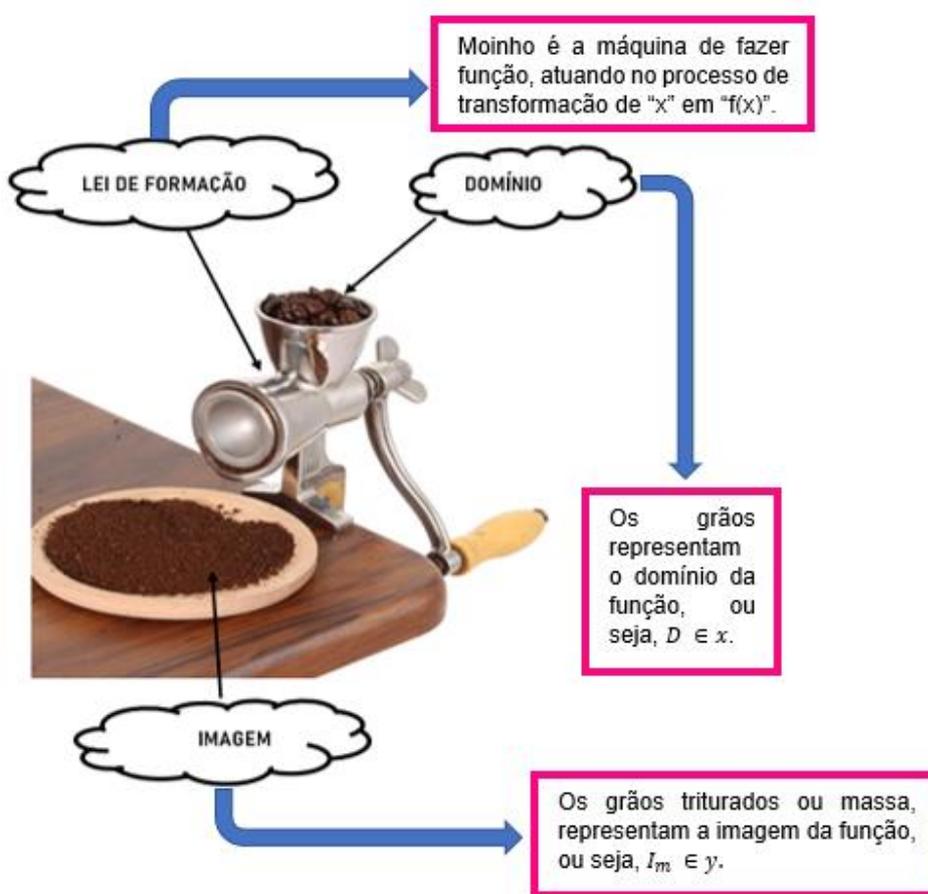
Nesse aspecto, Lorenzato (2010, p. 42) mostra que, “As interações do indivíduo com o mundo possibilitam-lhe relacionar fatos, estruturar ideias e organizar informações, internalizando-os”. Bruner (1997, p. 94) menciona que, “[...] a criança que aprende participa de um tipo de geografia cultural que sustenta e modela o que ela está fazendo e sem a qual não haveria, por assim dizer, *qualquer* aprendizagem”.

Deste modo, o conceito de Função está incutido em diferentes situações do cotidiano, pois é estruturada a partir de ideias intuitivas que se configuram em contextos reais. Podemos dizer que, a forma de pensar e agir estão em função de alguma coisa, com isso, matematicamente, lezzi e Murakami (2004, p. 81) definem Função, afirmando que, “Dados dois conjuntos A e B , não vazios, uma relação f de A em B recebe o nome de aplicação de A em B ou função definida em A com imagens em B se, e somente se, para todo $x \in A$ existe um só $y \in B$ tal que $(x, y) \in f$ ” (Resumo de Função – Apêndice 5).

Dentro dessa lógica de compreensão, a linguagem matemática utilizada no estudo de Função pode ser visualizada constantemente na abordagem cotidiana,

podendo ser apresentada num sentido figurado, sendo empregada por meio de ferramentas matemáticas, embelezando a estruturação explorativa do conhecimento. Nesse enfoque, tem-se as alegorias matemáticas que instrumentaliza, enfeita e desempenham um papel importantíssimo para o entendimento real do propósito de Função. Assim, para clarificar a linguagem, termos e expressões de Função, podemos contemplá-la numa abordagem alegórica e lúdica, por meio de um instrumento denominado moinho (Figura 4).

Figura 4 – Alegoria matemática: moinho de fazer Função (1)



Fonte: Elaborada pela autora, 2021.

Seguindo essa linha de pensamento, Machado (2012), comenta que, as alegorias concebem a utilização da arquitetura de instrumentos que visam a compreensão do ensino da matemática, uma vez que, transforma a linguagem matemática na linguagem cotidiana, encorajando e facilitando o entendimento dos estudantes no processo de aprendizagem. Já Bruner (2006, p. 75), esclarece que, para alcançarmos uma percepção mais clara e abrangente, precisamos construir uma

estrutura que “[...] transcenda tal imagem e sirva de sequência dos atos e das imagens unitárias e simultâneas [...]”, partindo de um modelo concreto para definição e compreensão da operacionalidade do objeto de estudo.

Assim, o estudo de Função, permite-nos representar diversas situações de forma contextualizada tratando da dependência entre duas grandezas. De acordo com os PCN+ (2002, p. 121), “O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica com a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática”. Desse modo, temos o estudo de Funções como base para o desenvolvimento do conhecimento, tanto no campo da Matemática como em outras áreas de estudos.

Os PCNs (BRASIL, 2002), preconizam que existe uma riqueza imensurável em torno de situações que envolvem Funções, pois sua estrutura se estabelece em casos reais descrevendo fenômeno de correlação entre grandezas, viabilizando um olhar crítico e analítico, seja de forma gráfica ou algébrica (BRASIL, 2002, p. 121).

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017, p. 531), descreve a necessidade de reconhecer o estudo de Funções por uma ou mais sentenças, seja na forma algébrica ou gráfica, por meio de conversões e representações, validando o domínio, a imagem, o crescimento e o decréscimo, tratado com informações pertinentes a casos reais, como – conta de água, luz, gás e outras situações.

Para tanto, é necessário ampliar a capacidade de pensar matematicamente, onde os estudantes possam perceber a importância tanto teórica quanto prática, com implicações nas construções argumentativas refletindo em suas ações. Deste modo, busca-se a valorização e efetivação da aprendizagem, aguçada pelo desejo de aprender e descobrir novos conhecimentos. É com base nesse pensamento que redesenhamos uma sequência de ensino para o estudo de Função, mostrando a sua beleza aplicada no cotidiano.

5.5.2 Produto pedagógico

A proposta pedagógica resultou numa sequência de ensino, intitulada “Sequência de ensino para o estudo de Funções por meio da estratégia de um currículo em espiral numa abordagem matemática investigativa”, descrevendo um modelo dinâmico, atraente, estimulante e embelezador de abordar a temática, por

meio da participação ativa e colaborativa dos estudantes, tendo em vista a simplicidade da linguagem, configurada em atividades contextualizada e interdisciplinar, sendo apresentadas por várias estratégias de construção e interpretação, como: materiais didáticos lúdicos, situações problemas, ferramentas tecnológicas e textos matemáticos.

Para Oliveira (2013, p. 53), a sequência de ensino é

[...] um procedimento simples que compreende um conjunto de atividades conectadas entre si, e prescinde de um planejamento para delimitação de cada etapa e/ou atividade para trabalhar os conteúdos disciplinares de forma integrada para uma melhor dinâmica no processo ensino-aprendizagem.

Nesse ponto, os saberes são produzidos a partir da reflexão da realidade, constituindo-se em novos saberes. Desse modo, a sequência de ensino instiga o estudante a se envolver na temática a partir de suas experiências e de conhecimentos existentes, assimilando e sistematizando novos conceitos, atitudes, aptidões e desenvolvendo habilidades. Tardif (2013, p. 79), explica que a sequência de ensino consiste numa “[...] ferramenta didática que privilegia a base conceitual para sistematizar *saberes* e produzir um novo *conhecimento e saber*, a começar pela definição do tema em estudo”.

Dentro dessa concepção, os propósitos da sequência de ensino, “[...] deve ser adaptada aos objetivos propostos [...]” pelo pesquisador(a) ou professor(a), com embasamentos teóricos, práticos e experiencial, com vista no desencadeamento de atividades que façam parte do contexto de sala de aula, e que, proporcione significado vivencial para os estudantes. (TARDIF, 2013, p. 81). A autora (2013, p. 54) menciona que, para a sequência de ensino devem ser seguidos os seguintes passos:

- escolha do tema a ser trabalhado;
- questionamentos para problematização do assunto a ser trabalhado;
- objetivos a serem atingidos no processo ensino-aprendizagem;
- delimitação da sequência de atividades, levando em consideração a formação de grupos, material didático, cronograma, integração entre cada atividade e etapas, e avaliação dos resultados.

Diante dessa proposição, Bruner (2006, p. 75) explica que, as sequências de ensino são ótimas alternativas para abordar um conteúdo, pois, consiste numa alternativa criativa e estimuladora para exploração de novos conhecimentos. E que essa prática se torna mais interessante quando vem acompanhada da “[...] construção de uma estrutura representacional imediata, que transcende tal imagem e sirva de

sequência dos atos [...]”, ou seja, que serve de compreensão perceptiva da situação em estudo, possibilitando aos estudantes novas formas de pensar e refletir, e, o emprego de novas habilidades. Para o autor (2006), esse tipo de ação consiste em elevar a capacidade pensante do estudante, encorajando a compreender outros tipos de problemas e estimular a busca de novas fontes conhecimentos.

Desse modo, a sequência de ensino num conjunto de ações pedagógicas transporta o estudante para o mundo descritivo, conjectural e real dos diversos contextos matemáticos, possibilitando assim, uma aprendizagem com significados.

E por fim, o produto educacional (PE) resulta na construção da sequência de ensino para o estudo de Função, com objetivos específicos para a colaboração da formação intelectual e vivencial dos estudantes, e, de apoio didático para professores da área de matemática, podendo se adequar ao estudo de outros conteúdos, explorando novas alternativas para ampliação de novas abordagens e conhecimentos. Destacamos ainda, a importância do ensino por descoberta como um processo de ensino motivador e investigativo. A divulgação do material dar-se-á por intermédio da apresentação da dissertação do mestrado em educação, e, pela publicação em revista científica educacional (Modelo da ficha de avaliação do Produto Educacional – Anexo 2).

Agora, apresentaremos os embasamentos teóricos para a construção da sequência de ensino para o estudo de Função.

5.5.2.1 Sequência de ensino na concepção de Bruner e Lorenzato

A matemática nas suas dimensões contextuais constitui um excelente campo de aplicações, pois possibilita o conhecimento seja de forma elaborada ou reelaborada, permitindo ainda, a construção de novos saberes. Essa funcionalidade se deve às transformações, avanços e desafios que ocorrem no cotidiano, contemplados por memórias, valores, expectativas, linguagens e outros. Conforme Lorenzato (2008, p. 53), “A matemática está presente em todos os campos de conhecimento e se faz necessária em qualquer atividade humana”.

A exploração e aperfeiçoamento do conhecimento tem sido um meio produtivo para a construção do raciocínio lógico-dedutivo-reflexivo e para a elaboração de novos saberes. Nesse sentido, a sequência de ensino é uma ação pedagógica contextualizada e investigativa, que instiga o estudante a se envolver no contexto da

descoberta e explorar diversas alternativas de aprendizagem. Assim sendo, a aprendizagem é mais eficiente quando o ensino é apoiado em atividades que explorem fatos da convivência sociocultural, mas também, por materiais didáticos, justificando a visualidade construtiva do conhecimento. Nesse aspecto, cria-se um ambiente propício de integração, respeito, cooperatividade e compartilhamento de aprendizagem, e conseqüentemente, confirma-se a liberdade de pensamento e o desenvolvimento de habilidades para alcançar os objetivos da aprendizagem, que é conceber o conhecimento por meio da cidadania livre e consciente. Para Lorenzato (2008, p. 21), é necessário conhecer o contexto dos estudantes para planejar e elaborar uma seqüência de estudos, suscitando que, “[...] o ensino da matemática, para ser proveitoso para o aluno, precisa estar vinculado à realidade na qual está inserido”. Mas, convém mencionar que, vivência e realidade são elementos diferentes, quando juntos, suscitam numa visão de mundo consciente e reflexiva.

Com base nesse propósito, Lorenzato (2008, p. 19 – 20) menciona que, começar o ensino por situações concretas é ir de encontro à natureza humana e de significados. Destaca ainda, que a linguagem é um mecanismo de integração e facilitação para elaboração, produção e interpretação do que será vivenciado, representando uma cultura simbólica, mas também, uma caminhada comprometida com a compreensão e entendimento para o processo de aprendizagem matemática.

Em vista disso, o ensino por descoberta proclamado numa seqüência de ensino promove o nivelamento e o desenvolvimento de habilidades nos estudantes, pois, além de potencializar o processo de aprendizagem, constrói hábitos curiosos em torno do conhecimento, sendo efetuado por intermédio da discussão, reflexão e curiosidade. Desse modo, o ensino passa a ser apreciado e valorizado pelos estudantes, denotando uma tradução linguística da matemática para a fase evolutiva e gradativa na formação humana. Nesse aspecto, Lorenzato (2008, p. 82), salienta que “A descoberta pode não ser o caminho mais curto ou mais rápido para o ensino, mas é o mais eficiente para a aprendizagem. É interessante notar que a descoberta possibilita a reconstrução do conhecimento, quando necessário, porque valoriza a compreensão”.

Para Bruner (2006), o processo de descoberta percorre um caminho de exploração e de alternativas, pois deve ser uma tarefa diária estimulada pela curiosidade no espaço escolar, devendo desencadear nos estudantes atitudes de pesquisadores, objetivando o engajamento intelectual coletivo e a apropriação de

conhecimentos. Nesse sentido, deve favorecer o desenvolvimento de habilidades e promover novas fontes de informações e aprendizagens.

Souza et al. (2013, p. 49) definem sequência de ensino, como sendo uma “[...] organização de um determinado saber, em etapas sequenciais, como forma de produzir um conhecimento específico”. Nesse sentido, a elaboração de uma sequência de ensino está ligada a um conjunto de estratégias que norteiam o desenvolvimento qualitativo de um objeto de ensino ou de estudo.

Partindo desse ponto de vista, Bruner (2006), evidencia que a sequência é forma organizada e estruturada de abordar um problema, de apreciar as ideias matemáticas envolvendo vários procedimentos de construção, assim, induz o discente a pensar e agir de forma autônoma e analítica, prescrevendo novas experiências e experimentos, ativando as fronteiras do conhecimento partilhado.

Para construção de uma sequência de ensino, enfatiza-se uma relação prática, integrada e planejada, com possibilidades da elevação do raciocínio e do poder de criação (LORENZATO, 2010). Assim, uma série sequencial favorece a interação e a comunicação entre os discentes na sala de aula, tornando a aprendizagem acessível e compartilhada. Deste modo, a sequência norteia passos importantes para a tomada de decisão e intervenção para tratar das dificuldades da aprendizagem.

Conforme Lorenzato (2008), o ensino por descoberta é uma forma de valorizar e considerar as respostas dos estudantes, sendo uma oportunidade perfeita para sondar as dificuldades e construir alternativas para intervir na aprendizagem, considerando o erro como uma maneira de evolução do conhecimento. Nesse aspecto, cabe ao professor, incentivar e estimular o pensamento intuitivo com o propósito de induzir os discentes a novas descobertas.

Nessa visão, a sequência de ensino é uma combinação de conteúdo e estratégias pedagógicas, que proporcionou uma proposta de ensino para o estudo de Função, esboçando diferentes percepções e esboços de ensino para o saber científico e tecnológico, refletido através de situações e relações sociais do cotidiano. Assim, prática interdisciplinar emerge de situações globalizadas, a qual permite a compreensão, informações, instrumentos para o campo da investigação (TOMAZ e DAVID, 2013, p. 14 – 15). Deste modo, reflete uma ação investigativa e prática na sala de aula, a aliada para elaboração e construção de novos saberes, tendo em vista a formulação sequencial de ensino.

A abordagem do ensino por meio da descoberta oportuniza momentos importantes para o processo investigativo. É uma estratégia de trabalho que possibilita ao estudante se vê como ser social e cultural, enxergando a sua função e poder de transformação através do conhecimento. Com vista nessa reflexão, a práxis oportuniza aos professores e estudantes a mergulharem num universo recheado de perguntas e respostas, pondo o conhecimento numa linha de integração social, enobrecendo a intelectualidade e a formação humana. No aspecto investigativo, as atividades comportam produções socializadoras e motivacionais, pois edifica o amadurecimento científico e matemático, assegurando a autonomia e a criticidade para o exercício da cidadania. Segundo Mendes:

O processo investigatório como princípio da aprendizagem matemática dos estudantes deve ser configurado por situações que favoreçam a redescoberta da Matemática, tendo em vista a exploração e a investigação de situações-problemas que os levem à compreensão do “que” e do “porque” referente à Matemática investigada. Acredita-se com isso, eles poderão desenvolver competências que os levem a ser autônomos e criativos, passando assim a pensar por si próprios devido a observação concreta e à reflexão sobre o conhecimento construído na resolução dos problemas do cotidiano (MENDES, 2009, p. 58).

Então, para desmistificar o ensino de Funções e atender os desafios da sala de aula, fez-se necessário articular propósitos educacionais com a práxis docente, tendo em vista, o saber pedagógico e a visão de mundo dos discentes envolvidos. A partir da complexidade desse contexto, elabora-se uma intervenção, pondo os estudantes no centro do processo de conhecimento e aprendizagem (PIMENTA, 2012).

Com base nessa reflexão e ação, a sequência de ensino possibilita aos estudantes uma visão ampliada e participativa nos contextos investigativos, com significação real por meio da informação, compreensão e comunicação. É uma dinâmica relevante para o desenvolvimento da capacidade intelectual nas resoluções de problemas matemáticos, a qual, visa o entendimento e o aprofundamento do conteúdo. Nesse contexto, a linguagem simbólica da matemática precisa comungar com a linguagem formal, aproximando o estudante do contexto escolar, com a intenção de desfazer o efeito negativo que se tem criado em torno do estudo dos conteúdos matemáticos. Desse modo, Lorenzato (2008, p. 47), ressalta que a utilização da linguagem na sala de aula precisa ser gradativa e respeitar o estágio da evolução dos estudantes. Seguindo esse pensamento, Bruner (2008, p. 120) mostra que existem dois tipos de linguagem, sendo uma no sentido natural e a outra, no

sentido matemático; ambas são ferramentas primordiais para desvelar novas formas de experiências e obter novos conhecimentos.

Nesse enfoque, Bruner (2006) tem argumentado a importância de efetivar na sala de aula diferentes formas de aprendizagens por meio das sequências, só assim, se instiga o espírito investigativo, demonstrando as diversas formas de abordar e visualizar o conteúdo através de vários ângulos.

Portanto, a sequência de ensino privilegia o entendimento pontuando o significado de aprender, enfatizado num trabalho que desperta o gosto e apreciação pela matemática, desta forma, representa um recurso didático que privilegia a aprendizagem dos estudantes.

5.5.2.1.1 Contribuição do pensamento de Freire na elaboração sequência de ensino

A constituição do dia a dia da sala de aula, leva-nos a refletir nossa prática e buscar novas ferramentas de trabalho para o enfrentamento dos desafios, assim, o meio conduz-nos a novos despertares, transformações, ações e propõe mudança diante de cada realidade. Nesse aspecto, Freire (1996, p.97), destaca que,

[...] o espaço pedagógico é um *texto* para ser constantemente “lido”, interpretado, “escrito” e reescrito”. Neste sentido, quanto mais solidariedade exista entre o educador e educandos no “trato” deste espaço, tanto mais possibilidades de aprendizagem democrática se abre na escola.

Com base nessa percepção, é que transcrevemos uma sequência de ensino para o estudo de Função, por ser geradora de temas interessantes que dialogam com o cotidiano dos estudantes, apresentada em vários contextos. Assim, consiste em trazer para a sala uma nova forma de pensar e construir o conhecimento, que é delineado pela espiritualidade aventureira, criativa e investigativa, possibilitando a comunicabilidade, interação e descoberta; nesse sentido, busca-se construir o saber partindo do saber vivido pelos discentes. Freire (1996), fala que é importante discutir a realidade concreta associada a disciplina cujo conteúdo se ensina, e, estabelecer uma intimidade entre os saberes curriculares fundamentais dos estudantes e à experiências sociais e culturais que eles têm como seres pensantes.

Partindo dessa observação, a sequência de ensino é uma estratégia pedagógica participativa, descrita num processo investigativo, instigada pela curiosidade e descoberta. Esse formato de atividade viabiliza a ampliação de novos saberes, propondo ao estudante assumir-se como sujeito do processo, além de

desenvolver as aptidões para interpretar, analisar, conjecturar, entender e aprender. A esse respeito, Freire (1996, p. 69), diz que, “[...] aprender é uma aventura criadora [...]”. Para o autor (1996), à medida que o indivíduo exerce criticamente a sua capacidade de aprender, está desenvolvendo e aguçando a sua curiosidade.

Portanto, ao incorporar a sequência de ensino na prática pedagógica, oportuniza ao estudante vivenciar diferentes formas de aprendizagens, dialogar com várias culturas acerca do conhecimento, efetuar diferentes leituras de mundo, ser solidários, interagir com o meio que está inserido, compartilhar saberes e respeitar a identidade do outro.

5.5.2.2 Detalhamento da sequência de ensino para o estudo de Função

Parafraseando nesse contexto, elaboramos uma sequência de ensino, a qual traz propostas de atividades para o estudo de Função, mostrando possibilidades para a construção do conhecimento a partir do processo investigativo numa abordagem por descoberta, colocando o discente no centro do processo de ensino e aprendizagem, permitindo uma construção coletiva, participativa, ativa, estimuladora, dinâmica e criativa, embelezando o conhecimento matemático. Desse modo, trataremos de uma estratégia pedagógica, com o intuito de encorajar o estudante a buscas alternativas diferentes de conceitualizar, interpretar, construir e conjecturar, a partir de ações simples que dialoguem com o cotidiano.

Com vista nesse pensamento, a sequência de ensino é uma forma criativa e dinâmica de modelar o ensino matemático numa linguagem simples, apreciável e acessível, tendo em vista uma projeção real e significativa para a vida dos estudantes. Nesse contexto, favorece a interação cultural da matemática com o cotidiano, concedendo aos discentes a função construtiva de ser agente da própria aprendizagem.

Levando em consideração a estruturação da sequência de ensino no contexto escolar e as ações desenvolvidas, enfrentamos alguns desafios circunstanciais, devido o momento pandêmico vivenciado pelo planeta (Covid-19), por conta disso, tivemos que modificar as formas de apresentação, construção e execução: ao invés de ser presencial, passou a ser no formato online. De acordo com as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (2013, p. 162), o planejamento de ações compreende “[...] a ação humana de conhecer uma determinada realidade e intervir

sobre ela no sentido de transformá-la”. Nesse sentido, a sequência de ensino é composta de atividades e materiais seguindo uma estruturação e objetivos, destacando sua implicação no ambiente escolar.

Dessa forma, detalharemos agora, a organização e as atividades desenvolvidas na sequência de ensino para o estudo de Função (Quadro 2).

Quadro 2 – Resumo da sequência de ensino para o estudo de Função

1º ENCONTRO

TEMA: Universo funcional, dinâmico e criativo da Matemática e seus desafios na construção dialógica do saber.

OBJETIVO: Identificar a presença da matemática, particularmente sobre o tema função, em vários contextos do cotidiano dos estudantes, sua aplicabilidade e desafios linguísticos para resolução e compreensão de fatos e eventos.

TEMPO: 3h

AÇÕES DESENVOLVIDAS:

1º passo: Abertura do encontro com a música “Aquarela” -

(Compositores: Antonio Pecci Filho Toquinho/Vinicius de Moraes).

2º passo: Estratégia de diálogo – Por meio de perguntas e respostas (Quadro 25 – Atividade lúdica 1).

- Os estudantes são divididos em dois grupos. A interação e o diálogo são realizados por meio de situações matemáticas, em que a equipe “A” pergunta, e, a equipe “B” responde, e assim, vice-versa.
- Cada equipe tem de 2 a 3 minutos para responder à pergunta, não sabendo a resposta, passa a vez para a outra equipe.
- As cartas contêm perguntas enumeradas, e que, o número de cartas fica a critério de cada professor(a). Para essa estratégia, usamos dez cartas.
- Pode ocorrer de dois ou mais estudante saberem da resposta, logo, a equipe analisa e chega a um senso comum, ou seja, resposta única.
- O objetivo não é pontuar quem ganha ou quem perde, mas verificar os conhecimentos acerca do conteúdo abordado.

3º passo: Quadro “Conhecer e descobrir” – É caracterizado pelo momento de pesquisa e investigação, buscando relatos, experiências, ideias e construções para o processo de ensino por descoberta, envolvendo a temática em estudo. A realização dessa atividade ocorrerá por meio da construção coletiva de um mural utilizando a plataforma digital “Canva”, onde todos os estudantes adicionam suas imagens, informações e textos. Dessa forma, eles recebem o link para trabalharem cooperativamente o pôster, resultando num momento de integração, respeito mútuo e conhecimento (Quadro 18 – Pôsteres: 1, 2 e 3).

4º passo: Explicação teórica de função – A ideia de função será construída a partir de uma alegoria Matemática – “moinho”, reforçando o raciocínio lógico, intuitivo e analítico. A abordagem alegórica, tratará de situações contextuais do cotidiano, com a utilização de grãos (x), pois, quando processado por meio do moinho (lei de formação), o resultado irá representar o valor final da função $f(x)$ (Figura 4).

Apresentação de um resumo para o estudo de Função, por meio de slides pelo Google Meet².

5º passo: Quadro “SER INTERESSANTE” – Uma questão matemática interessante para analisar e resolver, no Google Formulário. Nesta tarefa os alunos são divididos em dupla, onde compartilharão seus conhecimentos (Quadro 19).

6º passo: Abrilhandando o conhecimento – Para ilustrar este momento, cada participante recebe um protótipo de função no formato de tabuleiro para ousar a sua imaginação. Como pode ser observado no Quadro 24 – objeto 1. Este momento será de escuta, discussão, análise e aprendizagem coletiva.

7º passo: Encerramento das atividades –

Caracterizado pelo momento de registro, conversação, observação, trocas de experiências e agradecimentos.

2º ENCONTRO

TEMA: Função Afim: papo reto na interação informativa.

² O Google Meet é uma plataforma digital com várias ferramentas integrativas, em que promove o compartilhamento de mensagens, conteúdos, videochamadas, conhecimentos e aprendizagens.

OBJETIVO: Perceber a relevância da função afim nas construções contextuais do cotidiano e suas implicações na leitura, descrição e relações entre dois eventos ou informações.

TEMPO: 2h

AÇÕES DESENVOLVIDAS:

1º passo: Abertura do encontro com o vídeo da música “O caderno” – interpretado por Padre Fabio de Melo (Compositor Toquinho).

2º passo: Construir um mural contendo problemas do cotidiano, envolvendo diversos cenários de função afim, abordando aspectos como crescimento, decrescimento e conjectura simbólica.

Os estudantes foram encorajados a construir coletivamente vários pôsteres contendo informações, imagens, situações do dia a dia, e, apontando situações novas que se integram a esse conjunto conhecimentos e saberes.

A produção se deu através da ferramenta digital “CANVA”, acessada por meio de um link (Quadro 18 – Pôsteres: 4 e 5).

3º passo: Abrilhantando o conhecimento – Esse momento é conduzido pela apresentação do protótipo de uma escada, que tratou de uma situação real para estudar as relações de função afim, contemplando uma visão ampliada, contextualizada, lúdica e analítica para novas descobertas (Quadro 24 – objeto 2).

Os estudantes foram divididos em dois grupos, A e B, e cada grupo deveria ousar, elaborar e deixar fluir a criatividade nesta atividade; desta forma, foi possível fazer várias abordagens, como: perímetro, área, altura, proporcionalidade, distância entre um degrau e outro, e assim por diante. Mergulhados nesse embarque de ideias e construções, vão decorrendo outros questionamentos, análise e conjecturas. Enfim, acerca dessa estratégia descrevemos informações envolvendo duas variáveis, x e y .

4º passo: Quadro “Conhecer e descobrir” – Este momento é promovido pela curiosidade e investigação. Trata-se da construção de um mural interativo, em que os estudantes vão descrever situações do cotidiano que demonstrem as implicações de Função Afim, destacando notícias, análises e interpretações gráficas, problemas que resultem em aplicações de funções e outras situações de convívio deles. Para essa etapa, foi construído um painel

digital por meio da ferramenta digital – CANVA³, promovendo a integração e a comunhão de conhecimento (Quadro 18 – Pôster 14).

5º passo: Explicação do conteúdo de Função Afim - apresentado através de slides pelo Google Meet. À proporção que o conteúdo for sendo exposto, faremos as discussões, questionamentos e observações, levando em consideração o ponto de vista dos estudantes.

Nesse ponto, mostramos também comportamento gráfico da Função Afim de acordo com seus coeficientes, a e b , sendo visualizado por meio do aplicativo matemático GeoGebra (Quadro 23 – Imagens: A e B).

6º passo: Quadro “SER INTERESSANTE” – Esse ensejo é qualificado por uma questão matemática interessante, para que os estudantes possam analisar e resolver, com o objetivo de instigar o raciocínio lógico-interpretativo, a integração, a percepção e a compreensão para resolução de problemas do cotidiano. A tarefa foi disponibilizada no Google Formulário e resolvida coletivamente, com o intuito de assimilarem e compartilharem saberes. À medida que vão discutindo, descrevem possibilidades para estruturação da resposta. Assim, a atividade caracteriza-se por meio de eixos interativos e dialógicos (Quadro 20).

7º passo: Encerramento das atividades –

Caracterizado pelo momento de conversação, registros dos relatos, comentários, experiências e observações.

3º ENCONTRO

TEMA: Função Quadrática: um olhar sorridente e parabólico.

OBJETIVO: Vivenciar problemas que representem os trajetos parabólicos, tendo em vista a criatividade e arte de interpretar, ler e desmistificar as codificações de informações para a resolução de problemas.

TEMPO: 2h

AÇÕES DESENVOLVIDAS:

1º passo: Nesta fase, a música de abertura ficou por conta da Equipe A, descrevendo o protagonismo cultural.

³ Canva é uma ferramenta com recursos digitais, que possibilita vários tipos de comunicação como criar e editar designs, apresentando templates pré-configurados.

2º passo: Quadro “Conhecer e descobrir” – Para tratar desta etapa, construiu-se um painel virtual contendo informações, fotos, esculturas, monumentos, desenhos, gravuras, situações vivenciais e eventos que se identificassem com a representação tanto visual, quanto existencial da Função Quadrática, delineando o processo de investigação por descoberta, e, descobrindo novos horizontes.

Assim, confeccionou-se um painel com a socialização dos saberes e participação dos estudantes, na plataforma digital Canva, instigando a cultura de conhecimento para abordagem de novos saberes (Quadro 18 – Pôsteres: 6, 7, 8, 9 e 10).

3º passo: Abrilhantando o conhecimento – Para dinamizar este momento de aprendizagem, trouxemos para a sala de aula uma representação concreta, real e aplicativa, expondo uma miniatura de uma ponte em MDF, possibilitando estudar os elementos da Função Quadrática, como a curvatura chamada de parábola, valor de mínimo e valor de máximo e vértice da parábola. O estudo viabilizou também, a realização de outras análises que decorreram durante o processo de apresentação (Quadro 24 – Objeto 4).

4º passo: Exposição do conteúdo de Função Quadrática.

Desenvolvemos este momento com a exploração da temática, evidenciando a socialização, através de debates, observações e questionamentos, contribuindo dessa maneira, para o processo de aprendizagem com significado. Apresentamos o conteúdo pelo Google Meet em formato de slides. Para esse estudo, utilizamos a ferramenta matemática GeoGebra para visualização gráfica da Função Quadrática a partir de uma lei de formação (Quadro 23 – Imagens: C e D).

5º passo: Quadro “SER INTERESSANTE” – Definimo-nos por uma questão matemática interessante, para analisar e resolver, postado no Google Formulário. Trabalhamos esta atividade de forma coletiva, tendo como objetivo o compartilhamento de conhecimentos, amadurecimento das ideias, criatividade, planejamento e estratégias interpretativas para a resolução de problemas (Quadro 21).

6º passo: Curtindo a aprendizagem – É caracterizado por um momento criativo e divertido de aperfeiçoamento e aprendizagem, por meio de uma

atividade lúdica, onde os estudantes vão exercitar o raciocínio lógico, interpretativo e resolutivo para solucionar problemas (Quadro 26 – Atividade lúdica 2).

1. Jogo de estratégia, desafio e conhecimento: Desse modo, a atividade é desenvolvida através de uma estratégia lúdica, denominada “Remexo da função quadrática”.

Composição:

- Constituído por 20 cartões, com perguntas e respostas, podendo retomar aos conhecimentos anteriores sempre que necessário.
- É vencedor quem primeiro eliminar os seus cartões e responder corretamente.
- Os estudantes são divididos em dois grupos, A e B.
- O tempo limite para responder cada pergunta, é de 2 a 3 min.

Objetivo: a finalidade dessa estratégia, é fazer o discente recordar de forma dinâmica e criativa o conteúdo abordado, com vista numa aprendizagem comprometida com o desempenho intelectual e pessoal, seguindo princípios de respeito e coletividade.

Nesse ponto, Lorenzato (2012) aponta que, o material didático, é um instrumento que auxilia no processo de ensino e aprendizagem, mostrando novas possibilidades para a criação e elaboração de estratégias para o entendimento e armazenamento das informações apreendidas no contexto matemático.

7º passo: Enceramento das atividades –

Caracterizado pelo momento de conversação, registros dos relatos, experiências, observações e comentários.

4º ENCONTRO

TEMA: Função Modular: Um “V” para aventurar o conhecimento.

OBJETIVO: Conhecer as aplicações operatórias do estudo das equações modulares e as trajetórias modulares no voo dos gansos.

TEMPO: 2h

AÇÕES DESENVOLVIDAS:

1º passo: Introduzimos o encontro com uma música, apresentada pela equipe B. Ressaltando a importância do papel da juventude e a sua estação cultural, contada por meio de um estilo musical, conferindo-se a leitura de mundo. De acordo com Freire (1996, p. 119), escutar “[...] significa a disponibilidade permanente por parte do sujeito que escuta para a abertura à fala do outro, ao gosto do outro, às diferenças do outro”.

2º passo: Leitura e descoberta – “Os mistérios dos gansos em V” (Texto matemático de Ian Stewart, resolvido por Hemlock Soames e o Dr. Watsup, Tradução de George Schelessinger).

O texto mostra o porquê de os gansos voarem num formato de “V”, destacando o cuidado com o outro, companheirismo, respeito e a importância do trabalho coletivo, e em equipe.

3º passo: Quadro “Conhecer e descobrir”: Neste episódio, destacamos informações e situações que determinem o formato de “V”, como: figuras, imagens, fotos e relatos que sejam baseados no contexto vivencial, tendo em vista o brilhantamento da Matemática para o ensino investigativo por descoberta.

Para esse quadro de conhecimento, tratamos de informações importantes para a discussão, análise, encantamento e construção de novos saberes. Para confecção da atividade, utilizamos a plataforma digital Canva, possibilitando a interação e a socialização de conhecimento (Quadro 18 – Pôsteres: 11, 12, 13 e 14).

4º passo: Aula dialogada sobre a Função Modular.

A apresentação ocorreu pelo Google Meet por meio de slides. Momento para conversação, troca de ideias, questionamentos e construção de conhecimento, em que evidenciamos novas proposições, modelos, interpretações e saberes, para o desencadeamento de uma cultura matemática prazerosa, atrativa e fascinante. À medida que o conteúdo foi sendo abordado, descrevemos situações do cotidiano envolvendo o assunto, com o intuito de provocar a curiosidade e estimular a criatividade investigativa. Para essa temática utilizamos a ferramenta GeoGebra para visualização gráfica da Função Modular (Quadro 23 – Imagem E).

5º passo: Quadro “SER INTERESSANTE” – Exibimos uma questão matemática interessante, como podemos ver no Quadro 22, com o propósito de clarificar o entendimento de uma situação problema, valendo-nos da análise, interpretação e do raciocínio lógico dedutivo. Disponibilizamos a atividade no Google Formulário.

Para concretização da tarefa, os estudantes foram divididos em dois grupos: A e B. O caminho das resoluções foi trilhado por várias discussões e procedimentos, nas quais destacamos a participação, dedicação, comunicação e integração, como fatores cruciais para o levantamento de hipóteses, questionamentos, estruturação e resolução. O objetivo da tarefa é possibilitar aos estudantes o compartilhamento de conhecimentos e construção de saberes matemáticos.

6º passo: Abrilhandando o conhecimento – É um momento de descontração, treino e criatividade. Nesta etapa, a ludicidade é mais uma ferramenta para produção de conhecimento. D’Avila (2018, p. 44) menciona que, “É preciso vivenciar, saborear esse estado interno de ludicidade, como na leitura de um livro ou em outra atividade que se desperte um estado de espírito de divertimento interno e de inteireza do ser”.

Pois bem, agora apresentaremos o desenvolvimento de uma atividade, partindo da confecção de um tabuleiro denominado “Tricotando com VÊS”, para exploração de diferentes alternativas de aprendizagens, conduzidas pela investigação e pela ludicidade (Quadro 24 – Objetos: 3, 5, 6, 7 e 8):

- **Material:** um tabuleiro constituído por 36 casas, 49 pontos; dois dados, sendo que, cada valor do primeiro dado representa $|a|$, e, cada valor do segundo dado representa $|b|$; contém 50 fichas no formato de círculos ou botões, sendo 25 de cada cor.
- **Nº de jogadores:** duplas ou equipes.
- **Regras:** joga-se um dado de cada vez, e, o valor apresentado no 1º dado é chamado de $|a|$, e o segundo, é chamado de $|b|$; em seguida, verifica-se os valores voltados para cima, se: 1. $|a| < |b|$, coloca-se duas fichas no tabuleiro; 2. $|a| > |b|$, coloca-se três fichas no tabuleiro; 3. $|a| = |b|$, coloca-se uma ficha no tabuleiro. Para isso, é necessário ficar atento aos números que aparecem nas faces dos dois dados. A

resposta indica o percurso que deverá seguir, quem conseguir formar quatro “V” primeiro, ganha o jogo. Para formar o “V”, as fichas ou botões podem ser movidos na horizontal, vertical e na diagonal. Por exemplo: $|a| < |b| \rightarrow |1| < |6|$. Destacamos que, as perguntas podem variar de acordo com o nível de conhecimento dos discentes. Lembrando ainda que essa estratégia pode ser ampliada para todo o conteúdo de Função Modular, com o intuito de ampliar novas abordagens e conhecimentos.

- **Objetivo:** Trabalhar conceitos básicos de módulo, raciocínio lógico dedutivo, respeito mútuo e compartilhamento de saberes.

Reiteramos que, para realização dessa atividade servimo-nos de uma ferramenta do Google denominado Jamboard, pois é um quadro interativo que permite a participação ativa e compartilhada entre vários sujeitos (Figura 13).

7º passo: Encerramento.

Caracterizado pelo momento de conversação, registros dos relatos, experiências, observações e comentários.

5º ENCONTRO

TEMA: Desfecho da sequência de ensino para o estudo de Função numa percepção dialógica e investigativa.

1º passo: finalização das atividades: Nessa etapa, realizamos uma avaliação para averiguar os benefícios da estratégia pedagógica aplicada no estudo de Função e as implicações contextuais para aquisição de novos conhecimentos, à luz da investigação por descoberta no processo de ensino e aprendizagem matemático. Na verificação pontuamos: participação nas atividades, materiais lúdicos, ferramentas digitais, linguagem, integração e cooperatividade.

Para o processo avaliativo, utilizamos um questionário aberto (Apêndice 2), disponibilizado por meio do Google Formulário, e, a devolutiva, pelo mesmo canal; este, foi resolvido em dupla pelos estudantes, com o objetivo de colher dados e sugestões, almejando a melhoria e o aprimoramento para a prática docente.

2º passo: agradecimentos e menção honrosa

Para este momento, organizamo-nos da seguinte forma:

- 1º. Entrega de uma placa de agradecimento e participação aos estudantes;
- 2º. Recebimento do selo 2ºCPM-CHMJ (são selos criados pelo Comando do Colégio Militar para incentivar a participação dos estudantes em eventos, aulas, minicursos, trabalhos científicos e culturais);
- 3º. Prêmio de criatividade: Torre de Hanói (um jogo de estratégia, memória, planejamento, ação e resolução).

3º passo: Encerramento das atividades

Consideramos o encontro relevante e rico para o desfecho final das atividades investigativas no contexto matemático, tendo em vista, as discussões, opiniões, temas abordados e estratégias utilizadas, com implicações sociais, culturais e tecnológicas, para o processo de aprendizagem com significado.

Fonte: elaborada pela autora, 2021.

É importante ressaltarmos que, o produto educacional com o detalhamento da sequência de ensino, acompanha a dissertação em arquivo à parte.

5.5.2.3 Avaliação da sequência de atividades realizada na sala de aula

Uma vez que, o conhecimento é uma produção humana e este está em constante transformação e revisão, a avaliação deve consistir num ato de incentivar a cultura do saber, propiciando caminhos para a descoberta e associando o conhecimento adquirido a outros conhecimentos. Desse modo, é necessário estimular a independência do pensamento para a formação de habilidades e hábitos, articulando criticamente a prática com a teoria. Assim, avaliar não pode ser visto como um produto, mas como uma sequência de aprendizagem que vai se perpetuando mediante cada situação vivenciada pelo estudante. Nesse sentido, Luckesi (2011, p. 162) destaca que: “[...] o ato de avaliar tem como função investigar a qualidade do desempenho dos estudantes, tendo em vista proceder a uma intervenção para a melhoria dos resultados, caso seja necessária”. É fundamental compreender que avaliar não é fazer um julgamento, mas é propor um caminho para os acertos. De acordo com Libâneo (2006, p. 195), “A avaliação é uma tarefa didática necessária e

permanente do trabalho docente, que deve acompanhar passo a passo o procedimento e a aprendizagem”.

Seguindo este pensamento, a formalização da eficácia da sequência de ensino, mostraremos por meio das observações, atividades e construções didáticas, verificando o desempenho, participação e integração dos estudantes. Isso se deve ao fato de a pesquisa ter sido realizada na complexidade do espaço escolar, e, desencadeada pela contextualização, curiosidade e investigação.

Nesse aspecto, o estudante é posto como protagonista do conhecimento, o qual será instigado a ver a existência das aplicações matemáticas no cotidiano, encorajados a analisar, argumentar, conjecturar e construir novas formas de pensar em prol do saber intelectual e de sua formação humana. Dentro desse contexto, ressaltamos as condições epidêmicas (Covid – 19) vivenciadas durante o processo de pesquisa e aplicações das atividades, uma vez que, os órgãos públicos instituíram a suspensão das aulas presenciais, para evitar a propagação do vírus, ficando definido que, as atividades escolares ocorreriam no formato virtual. Por conta dessa problemática, as atividades desenvolvidas na sequência de ensino aconteceram de maneira online.

Pensando na evolução dos discentes, a avaliação deve ser realizada de forma processual e diagnóstica, assumindo o compromisso de instrumentalizar elementos de compreensão para sanar as dificuldades da aprendizagem. Neste caso, faz-se necessário compreender e analisar aspectos que influenciam no rendimento intelectual dos estudantes, pois deve ser caracterizada como um instrumento que contempla a aprendizagem. Desse modo, Luckesi (2011, p. 115), menciona que,

[...] a função da avaliação será possibilitar ao educador condições de compreensão do estágio em que o aluno se encontra, tendo em vista poder trabalhar com ele para que saia do estágio defasado em que se encontra e possa avançar em termos dos conhecimentos necessários.

Levando em consideração o pensamento de Luckesi (2011, p. 175), A avaliação da aprendizagem deve estar a serviço do projeto de ação, configurando-se “[...] como um ato de investigar a qualidade da aprendizagem dos educandos, a fim de diagnosticar impasses e conseqüentemente, se necessário, propor soluções que viabilizem os resultados satisfatórios”.

Na prática educativa, o ato de avaliar, dá suporte ao professor para que possa traçar objetivos e estratégias para acentuar as demandas apresentadas no contexto

escolar, embora, esta tenha outros objetivos desencadeados pela instituição de ensino. Neste caso, destacamos o processo avaliativo como mecanismo diagnóstico para verificar e sanar dificuldades na aprendizagem por meio de uma proposta de ensino por descoberta, certificado por intermédio do acompanhamento e da construção de uma sequência de ensino.

No capítulo subsequente, apresentaremos os resultados e discussões acerca da aplicação do processo investigativo numa abordagem por descoberta para o estudo de Funções. Nessa parte, constará os desafios, colaborações, diálogos, participação, construções, experiências e as formas de encorajamentos para produção de novos saberes. Discutiremos ainda, sobre as implicações das atividades, estratégias aplicadas e seus efeitos no processo de aprendizagens, evidenciando a finalidade da sequência de ensino incorporada à realidade dos estudantes com significação humana e social.

6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para a organização e análises dos resultados, utilizamos a análise de Conteúdo, estruturada pelos diálogos dos sujeitos envolvidos na pesquisa, observações, coleta de informações por meio dos questionários, participação nas atividades e reflexão metodológica, onde as mensagens foram sistematizadas e categorizadas, demonstrado sentido e significado para a compreensão no contexto em estudo. Desse modo, as componentes que compuseram a pesquisa, foram expressões existenciais carregadas de valores sociais e culturais. Nesse sentido, a “Análise de Conteúdo, assenta-se nos pressupostos de uma concepção crítica e dinâmica da linguagem” (FRANCO, 2018, p. 13). Segundo a autora (2018, p. 13), este tipo de análise se desenvolve e estabelece, por meio das representações sociais, a partir da dinâmica interacional na relação da “[...] linguagem, pensamento e ação”.

Nesse repertório sociocultural, Bardin (2016, p. 37), afirma que “A Análise de Conteúdo é um conjunto de técnicas de análise das comunicações”. Para a autora (2016, p. 37), “Não se trata de um instrumento, mas de um leque de apetrechos; ou com maior rigor, será um único instrumento, mas marcado por uma grande disparidade de formas e adaptável a um campo de aplicação muito vasto: as comunicações”.

Dentro do contexto temático, seguiremos com procedimentos descritivos e sistemáticos para analisar os significados contidos nas mensagens, debruçando-nos sobre a linguagem, a informação e a descrição apresentada na natureza dos fatos, relativo às reações, estímulos, pensamento e ações, desencadeadas por cada sujeito participante, apurando características específicas para o tratamento das análises, constituindo assim, o objeto temático (BARDIN, 2016).

Seguindo este ponto de discussão, a análise provém da aplicação da sequência de ensino na abordagem do conteúdo de Função, concebendo-nos diversas ideias, sugestões, escolhas, hábitos, entendimento e discurso, que possibilitaram a elaboração de diferentes estratégias para a interpretação e resolução dos problemas apresentados. Ressaltamos aqui, que *a priori*, realizamos um questionário para coletar informações acerca dos conhecimentos prévios e os desafios para a compreensão de função. Todo esse conjunto de mensagens suscitaram no processo de pesquisa.

Assim, o dinamismo do polo de investigação estabelece uma base para operar com as unidades que estruturam e orientam a discussão acerca da temática abordada, trazendo significação em seus contextos, correspondendo a realidade vivencial, e, por outro lado, dando suporte argumentativo para analisar os diálogos textuais dos estudantes (BARDIN, 2016).

Com base nessa análise contextual, discutimos cada passo integrador da sequência de ensino, visando obter uma descrição detalhada das ações, relacionados aos conhecimentos, produções e percepções. Assim, veremos a seguir as etapas constituintes das discussões e ações esboçadas em torno do objeto de pesquisa.

6.1 Primeira etapa: Apresentação e aplicação de formulários referente ao projeto de pesquisa

6.1.1 Passo 1: Apresentação do projeto de pesquisa à coordenação escolar do 2ºCPM-CHMJ e aos estudantes

O primeiro passo foi apresentar o projeto de pesquisa à coordenação do 2º Colégio da Polícia Militar Coronel Hervano Macêdo Júnior e obter aceitação, isso se deu logo após a qualificação do projeto, sendo enviado para a instituição escolar o Termo de Anuência, ou seja, pedido de autorização para execução do trabalho.

Em seguida, o projeto foi apresentado aos estudantes, referenciando a importância do trabalho de investigação e descoberta em sala de aula. Constituiu-se num momento de diálogo entre pesquisadora e estudantes. A turma participante era composta por 42 discentes do 2º ano “A” - ensino médio. Essa experiência ocorreu numa 6ª aula de Instrução Militar⁴ – das 10h50min às 11h30min. Para o desenvolvimento da temática, montamos um pequeno cenário de receptividade, com o intuito de estimular a curiosidade, representado na figura 5. Destacamos que, esta etapa e as demais, aconteceram de forma remota, pelo Google Meet.

⁴ Aulas de Instrução Militar são trabalhadas princípios éticos, morais, cidadania, regimento, normas, postura, compostura, responsabilidade, compromisso, disciplina e respeito ao próximo.

Figura 5 – Cenário de apresentação do projeto para os estudantes



Fonte: Elaborada pela autora

No quadro 3, expomos aos estudantes as orientações e ações propostas pelo projeto de pesquisa. O objetivo dessa divulgação foi esclarecer o nosso compromisso e a relevância do projeto para o desenvolvimento de novas habilidades matemáticas.

Quadro 3 – Apresentação da estrutura do projeto de pesquisa aos estudantes

TEMA: SEQUÊNCIA DE ENSINO PARA O ESTUDO DE FUNÇÃO POR MEIO DA ESTRATÉGIA DE UM CURRÍCULO EM ESPIRAL NUMA ABORDAGEM MATEMÁTICA INVESTIGATIVA.	
ESTRUTURAÇÃO DA APRESENTAÇÃO	
Orientações	Ações
1º. Apresentação da pesquisa	1. Clientela: estudantes de uma turma do 2º ano – Ensino Médio. 2. Local: 2º CPM – CHMJ. 3. Horário: das 10h50min às 11h30min. 4. Objeto da pesquisa: Trabalhar Função por meio de uma estratégia de ensino investigativa, comunicativa, participativa, colaborativa e construtiva, destacando a curiosidade e a descoberta como princípios básicos para o estudo.
	O projeto tem o objetivo de contribuir para o processo de aprendizagem,

2º. Objetivo do projeto	por meio de ações pedagógicas, ressignificando o conhecimento para a promoção de ser no mundo, sendo caracterizado por um processo investigativo por descoberta. Assim, a teoria e prática, dialogarão com o contexto matemático e com o meio que os estudantes estão inseridos.
3º. Etapas do Projeto	1. Aplicação do questionário para o levantamento de dados acerca dos conhecimentos prévios do conteúdo de função. 2. Aplicação de uma estratégia de ensino por descoberta, com caráter investigativo para apoiar o estudo de funções, através de cinco encontros.
4º. Ferramentas de acesso tecnológico	Google Meet, Google Formulário, WhatsApp, Canva, GeoGebra e Jamboard.
5º. Programação dos encontros	Explicação das datas e horários (ver no convite dos alunos).
6º. Kit de material	Recebimento de kit de materiais para o estudo de Função. Entrega domiciliar.
7º. Disponibilidade do e-mail da pesquisadora e do orientador do projeto	E-mail da pesquisadora: josefa-ms@hotmail.com ou jomkz71s@gmail.com E-mail do orientador da pesquisa: claudio.dantas@urca.br

Fonte: Elaborada pela autora (2021)

Desse modo, a divulgação se sucedeu pelo Google Meet, espelhado em formato de slides, constando explicações, como: tema, objetivos, programação, materiais pedagógicos, a técnica da coleta de dados (questionário fechado e aberto). Nesse ensejo, pedimos que repassem as informações para os pais ou responsáveis da importância do projeto para a aprimoração e aquisição de novos conhecimentos. E já aproveitamos e fizemos o convite para os alunos, deixando claro que, a participação seria de forma espontânea.

6.1.2 Passo 2: Aplicação de formulários destinados aos pais e estudantes

Enviamos para os estudantes dois formulários pelo Google Meet:

1. Comunicado aos pais ou responsáveis (Apêndice 3). Este se destinava a somente aos pais dos estudantes que desejavam participar do projeto de pesquisa numa

abordagem investigativa por descoberta. Então, fizemos a seguinte pergunta: “Leia o comunicado, e em seguida, informe se concorda ou não, com a participação do seu (sua) filho(a) no projeto de pesquisa”. No quadro 4, a seguir, apresentamos as respostas para a referida questão.

Quadro 4 – Devolutiva do formulário dos pais ou responsáveis

Preposição	Resposta	Frequência (%)
Li e concordo	10	23,8
Li e não concordo	32	76,2

Fonte: Elaborada pela autora, 2021

Como a participação na pesquisa era de forma espontânea, isso justifica o número de participantes, e, por conseguinte, essa quantidade de estudantes viabilizou o diálogo e possibilitou o acompanhamento nas atividades, favorecendo o processo de aprendizagem.

Enquanto no quadro 5, observamos o acolhimento dos pais em relação a proposta apresentada, evidenciando a importância do trabalho investigativo dentro da sala de aula.

Quadro 5 – Comentários dos pais em relação a proposta de pesquisa

Categorias	Comentários
Atitude	– <i>“Professora, amei a atitude. Trabalho belíssimo. Assisti a abertura com minha filha. Ela me chamou na hora da sua apresentação”.</i>
Colaboração	– <i>“Professora, quero colaborar com o teu trabalho. Meu sonho é que a escola possa trabalhar pesquisa e investigação na sala de aula. Parabéns!”.</i>
Relevância	<i>“Professora, que trabalho lindo! Como educadora vejo a relevância de trabalhar Matemática baseada em contextos do cotidiano”.</i>
Investigação	– <i>“Acredito professora, que trabalhar nesse formato, desperta o protagonismo investigativo dos estudantes. Show!”.</i>

Fonte: Elaborada pela autora, 2021

As respostas coletadas mostram a importância do trabalho para o processo de ensino e aprendizagem em matemática, com base no processo investigativo, levando em consideração os aspectos sociais, culturais e o meio. Conforme Libâneo (2006, p.

100), “Ensinar significa possibilitar aos alunos, mediante a assimilação consciente de conteúdos escolares, a formação de suas capacidades e habilidades cognitivas e operativas e, *com isso*, o desenvolvimento da consciência crítica”.

Para Bruner (2008, p. 117), a escola é, “[...] primeiramente, a continuidade especial em que se experimenta a descoberta por meio da utilização da inteligência, em que se entra em domínios novos inimaginados da experiência, que é mão contínua em relação ao que já foi vivido”.

2. Comunicado aos estudantes através de um convite de aceite e informativo aos estudantes (Apêndice 4). Neste, tratava-se da importância e da participação no projeto, tendo-os como protagonistas do processo. À medida que eles iam acessando o formulário, faziam comentários acerca do trabalho; essas falas geram confiança e significado (Quadro 6).

Quadro 6 – Comentários dos estudantes acerca da proposta de pesquisa

Categorias	Comentários e Perspectivas
Participação	<i>“Oi, professora! Amei o projeto. Quero participar”.</i>
Empolgação	<i>“Professora?! Que bacana, vou participar, já confirmei com minha mãe!”</i>
Interesse	<i>“Tenho interesse em participar do projeto. Estou muito empolgada”.</i>
Admiração	<i>“Que fofo professora, seu trabalho. Quero participar”.</i>
Curiosidade	<i>“Oi, desejo participar das aulas!”.</i>
Dificuldade	<i>“Professora, quero participar, porque tenho muitas dificuldades. Quero aprender”.</i>

Fonte: Elaborada pela autora, 2021

Os comentários demonstram o engrandecimento da estratégia de trabalho no tratamento das informações matemáticas, para a construção de contextos dialógicos com significado, com vista ao enfrentamento dos desafios que permeiam o ambiente da sala de aula. Desse modo, Bruner (2006, p. 27), aponta que são nas “[...] representações do mundo das experiências possíveis [...]” caminhos para construirmos e utilizarmos “[...] como modelo de pesquisa para a resolução de problemas”.

Ressaltar que os links de acesso para os formulários foram postados no grupo do WhatsApp⁵. Nesse ponto, Marli André (2013), menciona que as redes sociais são recursos e ferramentas digitais que criam ambientes de interatividades entre professores e estudantes, por meio do compartilhamento de ideias, informações, produções, registros e outros, com o objetivo de favorecer a aprendizagem.

6.1.3 Passo 3: Organização e entrega de materiais didáticos aos estudantes

A sistematização de materiais constitui-se em viabilizar as ações descritas no projeto de pesquisa. Este momento de organização veio desencadear a importância de refletir e inovar prática pedagógica, com ações inovadoras para promoção da aprendizagem e que pudesse ressignificar o ambiente da sala de aula. Tratando-se de organização, Bruner (2008, p. 100) aponta que, “[...] o material organizado de acordo com os interesses e a estrutura cognitiva de um indivíduo é o que tem a melhor chance de ser acessível à memorização”. Isso mostra a importância da forma contextual da abordagem do conteúdo em sala de aula, tendo em vista o desenvolvimento cognitivo do indivíduo e o espaço cultural que está inserido. Assim, realçamos que, o planejamento e a escolha do material pedagógico são fundamentais para viabilizar a descoberta e promover a aprendizagem. Segue, na figura 6, o kit de materiais didáticos utilizados no projeto e enviados para os estudantes.

Figura 6 – Imagem fotográfica de materiais didáticos



Fonte: Elaborada pela autora

⁵ WhatsApp é um aplicativo que permite a troca de mensagens entre pessoas, como — vídeos, fotos, conversa em áudio, documentos em PDF, efetua ligações grátis e outros, através da conexão com a internet.

Para este momento, contamos com a parceria da coordenação do 2ºCPM-CHMJ, auxiliando na entrega dos materiais aos estudantes. Nesse contexto, segundo Libâneo (2006, p. 105 - 107), tanto a escola quanto o professor têm o objetivo de “[...] formar pessoas inteligentes, aptas para desenvolver ao máximo possível suas capacidades mentais, seja nas tarefas escolares, seja na vida prática [...]”, pois a ação de ensinar deve possibilitar a “[...] formação da atitude crítica e criadora frente à realidade e ao cotidiano da vida social”. Para Freire (2011, p. 59 – 60), os materiais elaborados, devem caracterizar “[...] materiais desafiadores e não domesticadores”. Assim, precisa oferecer uma “[...] reflexão em torno da importância da prática para o ato do conhecimento”.

Portanto, esses passos para a primeira etapa da pesquisa, só desencadearam o processo de pesquisa, fortalecendo laços de comprometimento com o trabalho coletivo.

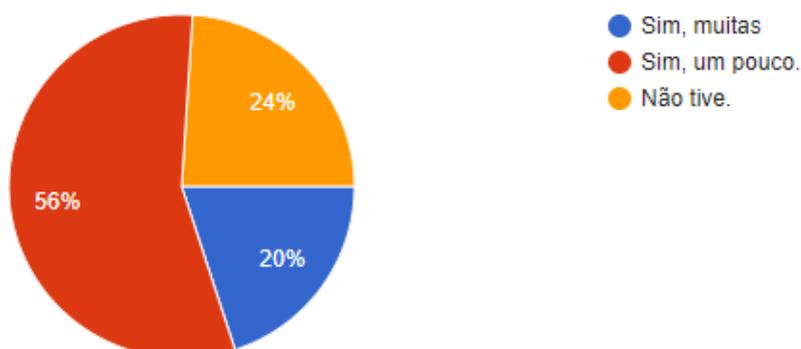
6.1.4 Passo 4: Análise da aplicação do questionário acerca dos conhecimentos prévios dos estudantes

Esse momento caracteriza-se pela condução da aplicação de um questionário fechado aos estudantes para coletarmos informações prévias acerca do estudo de Funções e os desafios referentes à aprendizagem em relação a este. Ressaltamos que, essa turma de 2º ano “A” do ensino médio era composta por 42 estudantes, do qual, 25 destes, responderam ao questionário referente a essa etapa.

PERGUNTA 01. No processo de aprendizagem do conteúdo de Função, você teve alguma dificuldade?

Na figura 7, apresentamos gráfico de setor expondo a resposta dos estudantes.

Figura 7 – Gráfico de Setor com as declarações dos estudantes acerca das dificuldades no estudo de Função



Fonte: Elaborada pela autora (2021)

Diante dessa imagem, podemos observar que, dos 25 estudantes participantes, apenas 5 (20%), responderam “Sim, muitas”; 14 (56%), responderam “Sim, um pouco”; e, 6 (24%), responderam “Não tive”.

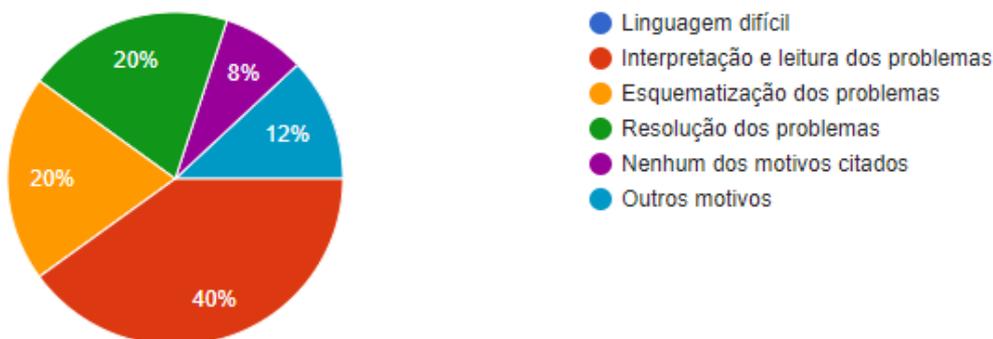
Essa preposição revela as dificuldades que perduram no processo de aprendizagem acerca de Função. Isso nos remete a uma reflexão-crítica na prática pedagógica, o que nos motiva a elaborarmos formas diferentes de sistematizar o conteúdo, buscarmos novas formas estratégicas de ensino, compor novas ferramentas de trabalho e conferir novas possibilidades. Então, é por meio da mudança reflexiva, que entendemos que é possível encorajar os desafios da sala de aula, articulando saberes e práticas cotidianas. Nesse sentido, Freire (1996), explica que, a prática educativa está incorporada num permanente movimento de busca, de saberes, e sobretudo, na práxis de intervir e transformar a realidade.

Nesse aspecto, vemos a necessidade de potencializar o ensino, com atividades que decorram do processo investigativo, valorizando o contexto sociocultural dos estudantes, a experiência e a curiosidade, delineando novos olhares para os contextos e vivências, estabelecendo diálogo e aprendizagem. Nessa direção, Pimenta et. al (2014), invoca a investigação como prática integrada, ação, com a especificidade de contribuir para o processo de mudança, tendo em vista, a melhoria e a inovação da realidade, respondendo aos desafios da sala de aula.

PERGUNTA 02. Na sua opinião, quais são os motivos que dificultaram a sua compreensão para o estudo de Funções?

Apresentamos na figura 8, gráfico de setor com os motivos apontados pelos estudantes que dificultam o entendimento de Funções.

Figura 8 – Gráfico de Setor com exposição dos motivos que dificultam a compreensão de Função



Fonte: Elaborada pela autora (2021).

Por meio dessa ilustração, configuramos os fatores que afetam o processo de compreensão no estudo de Função. Então, percebemos que a “Interpretação e leitura dos problemas”, é um dos fatores que mais se evidencia, isso se deve ao distanciamento da linguagem cotidiana da linguagem matemática e o formato de abordagem dos problemas, devendo advir do meio em que o estudante está inserido. Esse tipo de problema está atrelado a “linguagem”, e, aos fatores cognitivos, sociais e culturais, pois estão ligados na forma de ser, agir e pensar de cada sujeito.

Para Bruner (1999, p. 116 – 117), cada homem tem sua visão de mundo, onde quer que viva; assim, “[...] está constantemente a tentar encontrar uma lógica no seu mundo, que o faz com uma diversidade de utensílios simbólicos e que o faz com uma humanidade impressionante e plenamente racional”. Desse modo, ele “[...] consegue não apenas sobreviver e reproduzir-se, mas também pensar e exprimir os seus pensamentos”. Neste contexto, Freire (2011, p. 46), menciona que a cultura “[...] são manifestações humanas, inclusive a cotidianidade, e fundamentalmente na cotidianidade está a descoberta do diferente, que é essencial”. Para o autor (1996), à medida que, o sujeito compreende a leitura de seu mundo, vai se tornando também seres históricos.

Ainda, de acordo com Bruner (2008, 120), “[...] tanto a linguagem natural quanto a linguagem matemática [...], são ferramentas primordiais “[...] para desvelar novas experiências e adquirir novos saberes”. Mas, para isto, é necessário que esteja imersa no contexto existencial e com significado. Nesse aspecto, Rego (2014, p. 42), afirma que, “A linguagem é um signo mediador por excelência, pois ela carrega em si os conceitos generalizados e elaborados pela cultura humana”.

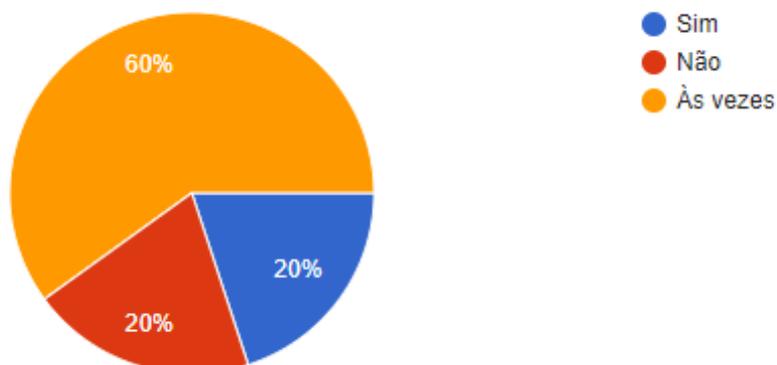
Dando prosseguindo às análises, vimos que, as dificuldades apresentadas para esquematização e resolução dos problemas são decorrentes da compreensão dos vocábulos matemáticos e a falta de hábito em praticar leitura e textos interpretativos, interferindo no processo de aprendizagem. Para Bruner (1999), a resolução de problemas deve explorar diferentes alternativas, com o intuito de despertar e manter o interesse do estudante, sendo conduzida por uma atividade acessível e dinâmica, permitindo a utilização de várias ferramentas e modelos, propondo a experimentação, investigação, elaboração de hipóteses, resultado e validação. Assim, vão dispor-se a aprender, enfatizando a reflexividade e a autonomia intelectual.

Notamos também que, somente 8% declarou “Nenhum dos motivos citados e 12% “Outros motivos”, podemos concluir que, provavelmente, estes percentuais de estudantes estão inclusos em problemas de origem cognitiva, familiar e sociocultural. É com base nesse contexto desafiador, que o professor precisa refletir a prática pedagógica, e inová-la, trazendo para o chão da sala, ações que contornem a situação e que estimulem a criatividade, curiosidade e a exploração de novos temas para o delineamento da aprendizagem com significado.

PERGUNTA 03. No seu cotidiano, você consegue identificar ou visualizar situações em que se aplica o conteúdo de Função?

Na figura 9, expomos o gráfico de setor, destacando os percentuais de estudantes que informaram identificar ou visualizar situações cotidianas em que se aplica o contexto de Função.

Figura 9 – Gráfico de Setor de percentuais de estudantes que mencionaram identificar as aplicações de Função no cotidiano.



Fonte: Elaborada pela autora (2021).

A partir da leitura dessa figura, podemos observar as diferentes concepções dos estudantes acerca das implicações de Função. Isso consiste na forma que o conteúdo é abordado, muitas vezes, tratando-se apenas por meio da utilização de expressões matemáticas. O ensino da matemática deve estar relacionado com unidades práticas e contextuais do cotidiano, possibilitando o estabelecimento de significado e aprendizagem.

Os motivos de levarem os estudantes a não visualizar situações que envolvem Funções, referem-se, provavelmente, às maneiras de aprendizagens, abordagens, leitura e interpretação. Eles precisam ser encorajados a explorar várias alternativas, que possibilitem uma ampliação conceitual, estrutural, teórica e prática, por meio da curiosidade, criatividade e investigação, só assim, poderão absorver o conhecimento em diferentes perspectivas.

Em face desse comentário, o conhecimento adquirido na sala de aula precisa comungar com o conhecimento vivencial, trazendo relações com o mundo de cada sujeito, podendo retomar a esse conhecimento quando necessário, para aplicá-lo em outros estruturas, devendo assim, revisitá-lo, cada vez que mencionar a sua funcionalidade e aplicabilidade em contextos diferentes (BRUNER, 2006).

6.2 Segunda etapa: Análise das atividades desenvolvidas nos encontros e avaliação da sequência de ensino

A partir dessa fase, tratamos das informações, falas e comentários abordados em cada encontro. Assim, as mensagens foram categorizadas, e em seguida analisadas. Nesse sentido, Franco (2018), explica que, a categorização serve para descrever a ideia central do objeto pesquisado, e a ela, acrescentada um conceito, comentário, fala, ou ponto de vista, mantendo uma relação de reciprocidade.

1º ENCONTRO:

Nosso primeiro momento teve como tema: “Universo funcional, dinâmico e criativo da Matemática e seus desafios na construção dialógica do saber”, caracterizando-se por uma prática investigativa, tratando o conhecimento a partir das experiências adquiridas, transcorrendo naturalmente, conforme suas opiniões, argumentos, posicionamento e explicações. Foram construídos vários pôsteres destacando a importância do tema e sua aplicabilidade no cotidiano. No decorrer das apresentações dos trabalhos, percebemos uma riqueza dialógica, integrativa e participativa, descrevendo uma cultura de significados.

Com vista nessa preposição, Bruner (1997, 66), propõe que desde muito cedo, os jovens ingressem no mundo dos significados, para aprenderem e produzirem significados, principalmente significados narrativos, referenciando o espaço em que estão inseridos. A Base Nacional Comum Curricular (2017, p. 527), pontua que as situações propostas aos estudantes devem apresentar significados, com o intuito de desenvolver e instigar habilidades que se ajustem a vários outros problemas, que poderão surgir ao longo de sua vida.

Para estimular a aprendizagem, apresentamos uma alegoria matemática, um “moinho”, com a intenção de proporcionar uma visão existencial para abordagem de Função. Na visão de Machado (2012), as alegorias no campo da matemática são ferramentas que contribuem para compreensão e o significado de cada ação no estudo de função, pois, são arquitetadas para promover qualitativamente o ensino e a aprendizagem.

Desse modo, mencionamos a satisfação dos estudantes por fazerem parte desse momento construtivo de saber, evidenciando o compartilhamento de ideias, integração e comunicação, como vemos exposto no quadro 7.

Quadro 7 – Descrição do diálogo dos estudantes pontuando participação e aprendizagem

categorias	Diálogo e aprendizagem
Interessante	<i>“Foi ótimo e divertido esse jeito de trabalhar o conteúdo”.</i>
Produtivo	<i>“Obrigada pelo encontro, professora. Foi bem produtivo e divertido ao mesmo tempo”.</i>
Interação	<i>“A aula foi ótima professora, tanto em relação a aprendizagem quanto em relação a interação. Muito obrigada”.</i>
Experimentação	<i>- “Eu amei a experimentar, uma visão diferenciada de função, aplicada no nosso dia a dia”.</i>
Benefício	<i>“Com a utilização de recursos lúdicos ajudam na compreensão do assunto e melhora a aprendizagem”.</i>

Fonte: Elaborada pela autora (2021).

Assim, percebemos que, a contribuição substancial do saber compartilhado para exploração de novos significados, sendo definida por uma ação pedagógica e organizada numa perspectiva investigativa, por meio de atividades diversificadas e dinâmicas, contribuem para a compreensão e produção de novos conhecimentos, e, intensificando o desenvolvimento das habilidades a partir das expressões, observações, falas e vivências.

2º ENCONTRO:

Esse encontro discorreu sobre o tema: “Papo reto na interação formativa”. Para o estudo, tomamos como base as visões de mundo de cada estudante, experiências, conhecimentos, percepções e vivências. A partir daí, o processo de investigação e descoberta caracterizou-se por meio da recordação, elaboração, reelaboração, visualização de situações do cotidiano, conversação e tira dúvidas, ancorado no diálogo, na escrita, integração e participação, priorizando o protagonismo, valores, linguagens e saberes.

Partindo desse entendimento, delineamos várias atividades, realçando a existência cultural, e a capacidade que cada sujeito tem de criar, recriar e “[...] significar o seu lugar a partir do seu próprio modo de ver a realidade” (D’ÁVILA;

FORTUNA, 2018, P. 147). Este estudo contemplou uma visão ampliada, contextualizada, lúdica e analítica, para demonstrar diferentes formatos de conhecimentos. Assim, desencadeou-se uma variedade de perguntas, questionamentos, comparações, explicações e análises.

O processo de exploração e investigação traz o estudante para dentro do contexto da sala, encoraja-o a participar ativamente, promove a aprendizagem com significado, propicia vivenciar situações novas, e, além disso, passa a ser construtor do próprio conhecimento. Lorenzato (2008, 53), enfatiza que, a Matemática “[...] se faz necessária em qualquer atividade humana [...]” e “[...] torna a aprendizagem mais interessante e realista [...]” a partir de suas aplicações.

Diante do exposto, afirmamos, no quadro 8, os impactos positivos do encontro, por meio das falas dos estudantes em relação a estratégia de ensino aplicada.

Quadro 8 – Discursos dos estudantes acerca dos impactos positivos da estratégia de ensino aplicada para estudo de Função.

Categorias	Aspectos demonstrados pelos estudantes
Aprendizagem	<i>“Aula maravilhosa e rica em aprendizagem”</i>
Leveza	<i>“Hoje, foi de muito aprendizado, e de uma forma bem leve”.</i>
Interação	<i>“Obrigado, professora, por mais uma aula. Estou achando muito boa a interação que estamos tendo. Creio que isto ajuda muito no nosso aprendizado”.</i>
Construção	<i>“Aula ótima e muito produtiva, professora!! A gente constrói conhecimento enquanto interage e se diverte, e nem vê o tempo passar”.</i>
Gratidão	<i>“Obrigada pela aula professora, e principalmente, pela sua generosidade em nos ajudar!! Vc é maravilhosa!”.</i>
Estratégia	<i>“É muito interessante essa estratégia de ensino, porque a gente aprende participando e conversando”.</i>

Fonte: elaborada pela autora, 2021

Diante dessas mensagens, extraímos os significados que refletem os manifestos emitidos pelos estudantes, pois, “[...] a fala humana é tão rica que permite infinitas extrapolações e valiosas interpretações” (FRANCO, 2018, p. 29).

3º ENCONTRO:

A temática abordada: “Um olhar sorridente e parabólico”, onde destacamos momentos riquíssimos de conversação, construção e investigação, como: diversidade

cultural, o reconhecimento de diferentes situações problemas, aplicações e representações no cotidiano. Nesse enfoque, Bruner (1997) e Freire (2011) destacam a importância cultural para a aprendizagem com significado, levando em consideração a experiência vivencial de cada sujeito, como ser pensante, reflexivo e transformador.

Pensando nisso, é que, percebemos a capacidade espontânea que o estudante tem de aprender, pois, quanto mais ele constrói e se desenvolve, mais efetiva a sua capacidade criadora e curiosa, tornando-se sujeito crítico e reflexivo (FREIRE, 1996).

Ao vivenciarmos o processo de aprendizagem, através da leitura e de situações problemas, possibilitamos o encantamento pela investigação. Nesse aspecto, exploramos várias estratégias, utilizamos novas alternativas, como: materiais lúdicos, ferramentas digitais (GeoGebra e Canva), um quadro chamado “Abrilhantando o conhecimento”, por meio da representação alegórica.

Vimos a importância de diversificação de materiais no planejamento pedagógico e suas implicações para ampliação de novos olhares e saberes. Desse modo, D’Ávila e Fortuna (2018) apontam a ludicidade como uma atividade humana que possui caracterização social e cultural por apresentar uma natureza livre e espontânea, a partir da qual os estudantes aprendem explorando novos contextos.

Seguindo esse percurso reflexivo de construção, valorização e centralidade juvenil, emitimos as narrativas dos estudantes, revelando a riqueza partilhada e produtiva, decorrentes de suas vivências, associações de sentidos e significados, práticas e integrações. Assim, as concepções dos estudantes enobrecem e enriquecem a cultura da sala de aula, além disso, o professor (a) exerce o papel de comunicador e pesquisador, melhorando e inovando a prática pedagógica. Bruner (2015, p. 99 – 100), aponta que, “O professor não é só um comunicador, mas também um modelo. Se não for capaz de ver a beleza e a importância da matemática, não conseguirá despertar nos outros um entusiasmo intrínseco pela disciplina”.

Quadro 9 – Palavras e pensamentos na produtividade do conhecimento

Categorias	Fala e entendimento dos estudantes
Colaboração	<i>“Obrigado professora. Tenho muita dificuldade em função quadrática e está aula me ajudou bastante”.</i>
Objetividade	<i>“Muito obrigada pela aula de hoje, professora!! Foi esclarecedora, objetiva e dinâmica como sempre!”.</i>
Eficiência	<i>“Aula maravilhosa, prof.! Pude tirar dúvidas que me acompanhavam desde o início do Ensino Médio. A senhora está nos ensinando de uma forma muito eficiente e leve”.</i>

Contribuição	<i>“Obrigada professora! A senhora está contribuindo muito para o nosso aprendizado. Aos poucos a gente vai conseguindo fixar o conteúdo”.</i>
Informação	“A aula de hoje trouxe muitas informações bem interessantes sobre o conteúdo, foi maravilhosa. Obrigada, professora”.

Fonte: Elaborada pela autora (2021)

A partir dessas narrativas, compreendemos a necessidade da incorporação de novos saberes na práxis pedagógica, através da exploração de novas fronteiras de conhecimento, conduzidas por percepções mais abrangentes, auxiliando na construção e estruturação de diferentes aprendizados.

4º ENCONTRO:

O tópico trabalhado nessa etapa foi: “Um “V” para aventurar o conhecimento”. De imediato, observamos que, se tratava de um contexto interessante e curioso, pois, a intenção a priori, era promover uma aventura intelectual, para que os estudantes pudessem ousar a sua imaginação criativa.

Para delinear a importância do trabalho na sala de aula, primeiramente, apresentamos um texto: “Os mistérios dos gansos em V” (Texto matemático de Ian Stewart, resolvido por Hemlock Soames e o Dr. Watsup, Tradução de George Schelessinger), consistindo numa leitura, dinâmica, prazerosa, encantadora, enigmática e motivadora. O texto foi lido e explorado no coletivo. A leitura que cada sujeito faz acerca de sua realidade, traduz sua forma de mundo (FREIRE, 1996). À medida que os estudantes iam conversando, observávamos o valor das palavras e descrições.

No tocante a atividade desenvolvida nessa etapa, exploramos contextos que envolviam a matemática e o cotidiano, construimos um leque investigativo, e depois, partilhamos esses saberes. Libâneo (2006, p. 124) explica que, “A assimilação ativa dos conteúdos toma significado e relevância social quando se transforma em atitudes e convicções frente aos desafios postos pela realidade”.

Nesse canteiro de construção e conhecimento, trabalhamos um conjunto de ações, abordando textos, leitura, exposição de conteúdo, materiais lúdicos, ferramentas digitais, com o objetivo de possibilitar o entendimento e o envolvimento dos estudantes num cenário de investigação e por descoberta. Para D’Ávila (2018), a

cultura lúdica está configurada como um conjunto de ações e atitudes que proporcionam vivenciar o conteúdo, de forma prática, dinâmica e criativa, promovendo a interação, respeito e compartilhamento de saberes entre pessoas.

Desse modo, a combinação de estratégias corrobora para o desenvolvimento de novas aptidões, encorajando os estudantes a enxergarem diferentes possibilidades para a construção de conhecimento e vivenciarem novas descobertas. De acordo com o pensamento de Bruner (2008, p. 89), o modelo hipotético “[...] caracteriza o ato de ensinar que encoraja a descoberta”. Assim, “[...] o professor e o estudante estão em uma posição mais cooperativa com respeito [...]”, colocando-se como agentes do processo aprendizagem.

Desta forma, expomos no quadro 10, os relatos dos estudantes sobre as dinâmicas desenvolvidas nas atividades do Encontro 4.

Quadro 10 – Declaração dos estudantes acerca do processo de aprendizagem

Categorias	Declarações dos estudantes
Exploração	<i>“Aula ótima, prof.! Aprendi direitinho um conteúdo, no qual eu nunca tinha me aprofundado. A senhora é maravilhosa”.</i>
Liberdade	<i>“Amei a aula. É muito bacana aprender dessa forma, porque a aula fica tão interessante e leve, as coisas vão fluindo livremente”.</i>
Atenção	<i>“Foi show de aprendizagem, a senhora é muito atenciosa”.</i>
Conhecimento	<i>“Obrigada pelos ensinamentos e aprendizagens, a senhora é incrível”.</i>
Agradável	<i>“Gratidão prof.! A senhora passou o conteúdo de maneira leve, suave e alegre”.</i>
Aprendizagem	<i>“Prof., amei as atividades. É muito bacana a gente aprender desse jeito”.</i>

Fonte: Elaborada pela autora, 2021.

Entendemos que, o conteúdo abordado nas atividades foi gerador de discussão e investigação, favorecendo aos estudantes o desenvolvimento da imaginação e da criatividade, resultando na “[...] comunicação oral de suas ideias, apresentação visual e escrita” (MENDES, 2009, p. 101). Ressaltamos que, a estratégia beneficiou o aprofundamento e amadurecimento dos discentes, mostrando maturidade e afeição na formalização do conhecimento matemático.

5º ENCONTRO:

Para finalizarmos o nosso circuito de ações, atribuímos uma temática denominada “Desfecho da sequência de ensino para o estudo de Função numa percepção dialógica e investigativa”. Essa etapa nos guiou ao processo de validação e avaliação da estratégia de ensino aplicada para o estudo de Função, para o processo de aprendizagem com significado, com enfoque numa abordagem investigativa por descoberta.

No decorrer do percurso aplicativo das ações, vivenciamos momentos belíssimos, como os comentários dos pais, a fala de cada estudante, as construções, pesquisas, investigações, trabalho em equipe, compartilhamentos de ideias, integração e respeito. Todos esses aspectos compõem aquilo que chamamos de aprendizagem, cuja legitimação se dá por meio da vida em cultura, pois “[...] são fruto das histórias pessoais” (BRUNER, 1996, p. 33).

Para subsidiar o processo de validação, aplicamos um questionário aberto (Apêndice 2) aos estudantes participantes, com o objetivo de obtemos informações a posterior em relação à aplicação da sequência de ensino. Constituímos assim, o processo de avaliação com fins pedagógicos, buscando compreender o desempenho e os níveis de conhecimentos dos educandos para assimilação do objeto em estudo e verificamos o processo de construção, tendo em vista a proposta de ensino, no tocante ao favorecimento de novos valores para brotamento de novos saberes. Nesse ponto, Bruner (2006, p. 81), frisa que, “O saber é um processo, e não um produto”. Dessa forma, o saber é inovado e somado a outros novos saberes, revelando sentido e significado às narrativas de cada sujeito.

Com base nessa concepção, Luckesi (2011, 62), salienta que:

O *processo* compõe-se do conjunto de procedimentos que adotamos para chegar ao resultado mais satisfatório; o que nos motiva, no caso, é a obtenção do melhor resultado. *Produto*, por sua vez, significa o resultado final ao qual chegamos e, na escola, infelizmente, admitimos que ele é o suficiente do “jeito que ele se manifesta”.

Acerca dessa discussão, a avaliação exige um tratamento amoroso, diagnóstico, dialógico, construtivo e transformador (LUCKESI, 2011). Nesse contexto, o papel desse instrumento é verificar os impactos que a estratégia promoveu na aquisição de novos conhecimentos acerca de Função, e, as modificações provocadas no ato de pensar, construir e resolver novas situações, tendo em vista as implicações que decorreram na tomada de decisão, atitudes e no desenvolvimento de habilidades.

Nesse sentido, o autor (2011, p. 151-171) aponta que, “O ato de avaliar é um ato de investigar”, e que, a investigação é uma produção do conhecimento, e, “O papel da investigação é conseguir estabelecer uma compreensão – a mais plausível – da realidade”.

Para essa questão avaliativa, exige-se uma atenção especial para transitar esse campo de saberes, tendo em vista o respeito à prática e aos níveis de conhecimentos de cada sujeito que está inserido no processo. Desse modo, a avaliação consiste numa ação construtiva e respeitosa de saberes. Por sua vez, “[...] contribui para identificar impasses e encontrar caminhos para superá-los; ela subsidia o acréscimo de soluções alternativas, se necessária, para um determinado percurso de ação, etc.” (LUCKESI, 2011, p. 135).

Em se tratando de avaliação, Bruner (2006, p. 164-165), evidencia que:

Uma avaliação efetiva fornece informação corretiva, mas também deve dar hipóteses sobre como proceder.

Avaliação deve examinar não só o produto ou conteúdo do aprendizado, mas também um processo pelo qual a criança obtém ou falha em obter o domínio de materiais, porque somente nesta forma a eficácia da pedagogia pode ser examinada.

Após esse embasamento, seguimos a discussão em torno do questionário enviado aos estudantes. Faz-se necessário citar que, este foi disponibilizado por meio do Google Formulário, e, a devolutiva, pelo mesmo canal de acesso, em formato de PDF ou imagens.

Tendo em vista as análises discursivas para cada pergunta, fizemos alguns recortes nas falas dos estudantes, destacando assim, os trechos que melhor revelassem o seu entendimento em torno da temática, de maneira que, pudéssemos conduzir o desfecho da discussão e escrita. Nesse sentido, Bardin (2016, p. 134), destaca que, “A *unidade de registro* – é a unidade de significação codificada e corresponde ao segmento de conteúdo considerado unidade de base, visando a categorização e a contagem frequencial”. Para a autora (2016, p. 134), a unidade de registro pode ser uma palavra ou uma frase.

Seguem, agora, as análises das estratégias de ensino aplicadas durante os encontros e seus respectivos impactos no processo de aprendizagem dos estudantes sobre o conteúdo de Funções.

PERGUNTA 01:

Assim, para responder ao primeiro objetivo específico: “Identificar os saberes dos estudantes acerca de Funções, por meio de conceitos alternativos no contexto matemático, relacionados com situações do cotidiano”, elaboramos a seguinte pergunta: “A partir da proposta de ensino sobre o estudo de funções, você compreendeu este conceito? Escreva livremente conforme o seu entendimento”. E, a partir das respostas dos estudantes geramos o quadro 11 com as unidades de sentido.

Quadro 11 – A compreensão de Função partindo da estratégia investigativa

Categorias	Aspectos pontuados pelos discentes	Frequência absoluta
Exploração do conteúdo numa abordagem contextualizada	<ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>“Compreendemos o conceito de função em suas diversas faces, incluindo a afim, a quadrática e a modular, revisando conteúdos já vistos e explorados situações do cotidiano”.</i> 	02
Possibilidades de diferentes experiências	<ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>“Uma experiência de aprendizagem diferente, onde conseguimos absorver melhor o conteúdo de forma branda, sem muito estresse”.</i> 	02
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>“O formato de abordagem enriqueceu nosso conhecimento e nossa experiência com o conteúdo”.</i> 	02
Olhar crítico em relação a metodologia	<ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>“Achamos bem interessante a metodologia aplicada. Esse formato de organização facilita a nossa compreensão e participação na aula, e deixa as coisas ocorrerem de forma mais espontâneas”.</i> 	02
Superação dos desafios	<ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>“Graças à professora, finalmente aprendemos função, pois era um conteúdo que nós tínhamos bastante dificuldade, mas, ela nos ajudou a sanar todas as dúvidas que tínhamos”.</i> 	02
Total de respostas	-----	10

OBS: Coincidentemente, no quadro acima, o número de participantes fora igual ao número de respostas.

Fonte: Elaborada pela autora (2021)

Mediante as concepções dos estudantes, percebemos que, o formato de estratégia aplicada, desabrochou um olhar crítico reflexivo referente ao estudo de

Função, desencadeando experiências diferentes em torno de um conhecimento partilhado e participativo, facilitando o entendimento e abrindo novos caminhos de construção, por meio da exploração de novas situações do cotidiano. Com isso, favorece-se a aprendizagem e se estabelece confiança entre os participantes, de forma a defenderem as suas próprias perspectivas e compartilharem seus saberes.

Nesse aspecto, vimos que a abordagem feita pelo processo investigativo promove encorajamento para novas descobertas, valorizando a integração e ressignificando o conteúdo e o espaço escolar. Segundo Mendes (2009, p. 94), a sistematização e formalização do conhecimento é produzido no decorrer do processo de investigação, desse modo, o professor (a) “[...] deve orientar seus alunos para que organizem sua sequência contínua de ações que os levem à formalização das ideias matemáticas construídas ao longo do processo investigatório”.

Haja vista que os comentários dos estudantes refletem o gosto em explorar novos conhecimentos, com intuito de expandir o pensamento analítico-lógico-dedutivo. Desse modo, as ações deverão ser guiadas pela interação mútua e com significação, substanciando um modelo participativo e efetivo de aprendizagem (BRUNER, 2006).

Ao proporcionar aos estudantes possibilidades de aprendizagens, permitimos que compreendam a natureza do contexto aplicado na atividade, apropriando-se dos conhecimentos que lhes apresentem uma abordagem significativa. Nesse aspecto, a contextualização amplia o olhar, norteia novos discursos interpretativos, propõe novos subsídios argumentativos, realça a cultura de fazer e aprender, proporciona o entendimento teórico-prático para construção de valores. Desse modo, a contextualização matemática é “[...] um processo sociocultural que consiste em compreendê-la, tal como todo conhecimento cotidiano, científico ou tecnológico, como resultado de uma construção humana, inserida em um processo histórico social” (TOMAZ; DAVID, 2013, p. 19).

Conforme D’Ambrosio (2019, 83), “A matemática contextualizada se mostra como mais um recurso para solucionar problemas novos que, tendo se originado da outra cultura, chegam exigindo os instrumentos intelectuais dessa outra cultura”.

A exploração de alternativas consiste em desencadear propostas de ensino para superação dos desafios da sala de aula, devendo promover a curiosidade e instigar a descoberta, conduzindo o estudante a uma cultura de conhecimento,

integração e comportamento investigativo. Bruner (2006, p. 54 – 55) descreve três tipos de exploração, sendo:

- Ativação de alternativas: realizada por meio de atividade que promova a curiosidade;
- Manutenção da exploração: requer benefícios ou mesmo correr riscos de erros. Assim, aprender algo com o auxílio de um instrutor é melhor do que aprender sozinho, só assim, consegue-se confiança e se comete menos erros, e os frutos da exploração serão conseqüentemente maiores;
- Direção apropriada da exploração: isso depende da intenção, do objetivo e do conhecimento da relevância das alternativas, com o intuito de produzir informações que dialoguem com objetivo, fornecendo conhecimento e aprendizagem.

Desse modo, a contextualização e exploração de diferentes alternativas percorrem um circuito de ação, conectando a teoria com a prática, num formato dinâmico, com objetivos específicos, introduzindo novas ferramentas para produção de novos saberes.

PERGUNTA 02:

Com base no segundo objetivo específico: “Elaborar atividades que integrem o diálogo da matemática com a realidade do estudante, para a promoção de novos saberes e conhecimentos, visando a aprendizagem com significado, para formação de ser no mundo”. Diante desse objetivo, apresentamos uma segunda pergunta: “A partir da abordagem de ensino desenvolvida durante os encontros, você conseguiu associar situações cotidianas às ideias de funções? Comente livremente e cite exemplos”. Para pontuarmos as respostas, elaboramos um quadro categorizando as falas dos estudantes.

Diante dessa prerrogativa, apresentamos no quadro 12, as unidades de sentido enunciadas nas respostas dos estudantes.

Quadro 12 – Associação de Função com situações do cotidiano mencionado pelos discentes

Categorias	Expressões decorrentes do entendimento dos discentes	Frequência absoluta
Encorajamento na produção ativa do conhecimento	<ul style="list-style-type: none"> ▪ “[...] achamos bem interessante a ideia de dar a oportunidade aos alunos de criarem pôsteres no Canva sobre o assunto de cada aula, foi um dos pontos que mais achamos positivo”. 	02
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ “[...] muito interessante a estratégia de trabalharmos com o Canva, e discutirmos oralmente situações e objetos que fazem parte do nosso cotidiano e relacionam-se com funções”. 	02
Leitura de mundo	<ul style="list-style-type: none"> ▪ “Agora, tudo que vemos, logo pensamos: “meu Deus, isso é uma função!””. 	02
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ “[...] vemos função em: gráficos da bolsa de valores, a forma de um pulo de um sapo, porção de comida que as pessoas vão comer, número de bombons com o preço a pagar; quantidade de produto de limpeza com a extensão do chão da casa”. 	02
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ “[...] observamos função em todas as coisas e lugares. seja no trabalho de uma casa até mesmo em uma casquinha de sorvete”. 	02
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ “[...] enxergamos função na quantidade de cerâmicas necessária em função dos metros dispostos; cadeira de balanço; ponteiros do relógio; ponte”. 	02
Estimula a socialização e a criatividade	<ul style="list-style-type: none"> ▪ “[...] lembramos claramente de alguns objetos que foram expostos nas aulas, principalmente quando íamos criar as apresentações: a ponte com curvatura, representando a função quadrática, a escada, demonstrando a função afim e o telhado de uma casa, indicando a função modular”. 	02
Total de respostas	-----	14

OBS: O número de estudantes é diferente do número de comentários, pois, os registros das categorias foram elaborados a partir das expressões explicitadas pelos estudantes.

Fonte: Elaborada pela autora (2021)

Neste quadro, observamos que, “Leitura de mundo” teve maior destaque. Esta concentração de respostas está vinculada à forma de pensar, agir e aprender de cada sujeito, com suas visões de mundo, hábitos, culturas, aptidões, linguagem e conhecimentos. Nesse sentido, Freire (2011, p. 19), salienta que, a “[...] a compreensão crítica do ato de ler, que não se esgota na decodificação pura da palavra escrita ou da linguagem escrita, mas se antecipa e se alonga na inteligência do mundo”. Conforme o autor (2011, p. 14),

[...] a leitura da palavra é sempre precedida pela da leitura do mundo. E aprender a ler, a escrever, alfabetizar-se é, antes de mais nada, aprender a ler o mundo, compreender o seu contexto, não numa manipulação mecânica de palavras, mas numa relação dinâmica que vincula a linguagem e a realidade.

As experiências do cotidiano vão se definindo em novos saberes, e, exigindo cada vez mais o aprimoramento de habilidade pessoal. Por isso, a escola precisa estar situada num contexto sociocultural, enquadrado na realidade vivencial de sua clientela, devendo valorizar as experiências e propiciar ações que configurem práticas pedagógicas de socialização, integração e participação. Assim, a sala de aula não pode ser entidade fechada, mas, precisa estar aberta aos contextos comunicativos e interpretativos do cotidiano, oportunizando ao estudante o conhecimento e a produção coletiva de saberes.

Devemos encorajar o estudante a se desenvolver, incorporando práticas que estimulem e orientem o pensamento e a investigação, mas também, estimular o valor formativo do conhecimento, certificando-se que, a criatividade é uma atividade necessária entre os seres humanos. É com base na perspectiva de crescimento e valorização, que o ensino deve contribuir e modificar a realidade. Nesse enfoque, Freire (p. 93), menciona que devemos “[...] nos permitir colher criatividade a partir da realidade – que a realidade exija transformação do conceito e não o conceito exija transformação da realidade”.

PERGUNTA 03:

Levando em conta o terceiro objetivo: “Desenvolver uma sequência de ensino para apoiar o estudo de Funções, embasada no ensino por descoberta, por meio de um currículo em espiral com caráter investigativo”, escrevemos a terceira pergunta: “Você acha que a utilização de materiais lúdicos, como jogos de tabuleiro, dominó de

função e protótipos que auxiliam na representação de situações reais, ajudaram no entendimento do assunto de função? Comente livremente”.

Partindo desse questionamento, elaboramos o quadro 13, contendo as respostas e os principais aspectos explicitados pelos estudantes.

Quadro 13 – Utilização de materiais didáticos para entendimento de Função

Categorias	Tópicos explicitados pelos estudantes	Frequência absoluta
Possibilita a assimilação do conteúdo	▪ “Sim, principalmente os jogos onde tínhamos que realizar cálculos relacionados a função”.	02
	▪ “Sim, pois fica uma aula mais didática, o aluno consegue se concentrar melhor e absorve mais”.	02
	▪ “Sim, porque, utilizando objetos lúdicos, [...] fica mais fácil a compreensão”.	02
Estimula a curiosidade	▪ “[...] o jogo que mais me chamou atenção foi o dominó da quadrática, pois foi o que mais me fez exercitar as questões contendo cálculos”.	02
	▪ “Sim, porque nos incita a pensar diferente sobre um contexto já visto, além disso, a função sendo palpável instiga a melhor rendimento”.	02
	▪ “Ajudaram muito! Todos os materiais produzidos pela professora, como a escadinha, a ponte e os tabuleiros nos ajudaram a ter um conhecimento objetivo e didático sobre função”.	02
	▪ “[...] mais interativos e conseqüentemente mais dinâmicos e produtivos, além de enriquecer nosso conhecimento [...]”.	02
Total de respostas	-----	14

OBS: O número de estudantes é diferente do número de comentários, pois, os registros das categorias foram elaborados a partir das expressões explicitadas pelos estudantes.

Fonte: Elaborada pela autora (2021)

Diante do exposto, os estudam consideram que, a utilização de materiais lúdicos tanto “possibilitam a assimilação do conteúdo, como estimulam a curiosidade”. Os materiais didáticos são ferramentas que auxiliam na exploração do conteúdo, além

disso, estimulam o interesse e o raciocínio lógico-dedutivo e intuitivo, favorecem a integração, permitem novas experiências.

Nesse sentido, Bruner (2006, 70 – 73) explica que as ferramentas didáticas embelezam e personificam o conhecimento, pois, são formas criativas de manipular e desenvolver habilidades, como também, de trabalhar os símbolos, propriedades e operações matemáticas. Para o autor (2006), a utilização dessas ferramentas na sala de aula produz efeitos positivos na aprendizagem, e, derivam caminhos para o processo por descoberta, sendo encorajado pela curiosidade. Além disso, permite recapitular o conteúdo já visto, ou seja, já estudado, incluindo novas informações.

De acordo com Lorenzato (2012, p. 25), a forma de utilizar os materiais didáticos depende da concepção do professor na arte de ensinar. Para o autor (2012), os materiais didáticos são facilitadores de aprendizagem, porque possibilitam aos estudantes fazerem suas constatações, observações, questionamentos, descrições, procurar soluções, elaborar conjecturas, compreender uma situação por meio de imagem, enfim, é um campo de saberes onde o estudante pode navegar. Ele (2012, p.18) ainda destaca que, “Material didático (MD) é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem”. Desse modo, MD interferem no rendimento escolar do estudante, desempenhando várias funções e possibilidades em concordância com os objetivos de ensino, para promoção da aprendizagem.

Para D’Ávila (2018), “A sala de aula lúdica há espaço para a criatividade, para a inovação, para a alegria e, sobretudo, espaço para a construção da autonomia”. A autora (2018, p. 44), explica que, a ludicidade, enquanto ferramenta de ensino promove aprendizagem dinâmica e prazerosa, que, por sua vez, desperta [...] um estado de espírito de divertimento interno e de inteireza do ser”.

Desse modo, as análises nos levam a entender que, as atividades elaboradas a partir de abordagens investigativas ativam a curiosidade e promovem um ambiente de aprendizagem com significado, apresentando o estudante como protagonista do processo.

PERGUNTA 04:

Considerando o terceiro objetivo específico: “Desenvolver uma sequência de ensino para apoiar o estudo de Funções, embasada no ensino por descoberta, por meio de um currículo em espiral com caráter investigativo”, elaboramos uma quarta

pergunta: “Você acha que as ferramentas digitais (Canva, Google Meet, WhatsApp, GeoGebra, Jamboard) utilizadas nos encontros facilitaram a comunicação e a interatividade no processo de ensino e aprendizagem de forma remota? Descreva a sua opinião em relação ao uso dessas ferramentas”.

Para o delineamento das respostas dos estudantes, estruturamos um quadro 14, mencionando a comunicação escrita em relação às ferramentas digitais utilizadas no desenvolvimento da sequência de ensino.

Quadro 14 – Ferramentas digitais: comunicação e interatividade

Categorias	Aspectos apontados pelos estudantes	Frequência absoluta
Recursos digitais	<ul style="list-style-type: none"> ▪ “Essas ferramentas contribuíram de uma forma indescritível, pois a partir delas podemos estudar cada função vendo imagens, gráficos e questões relacionadas ao assunto de modo mais lúdico [...]”. 	02
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ “Sim, pois esses aplicativos fazem com que a gente se interesse mais pelo conteúdo, e é uma forma diferente de aprendizado, tanto em relação ao conteúdo, quanto para aprender a fazer design”. 	02
Inviabilidade de aulas presenciais	<ul style="list-style-type: none"> ▪ “[...] necessidade de as aulas terem que ser online por causa da pandemia”. 	02
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ “Sim. Entre todas as formas de ensino, considero a presencial como mais eficiente”. 	02
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ “Acreditamos que essas ferramentas conseguem fazer com que a distância diminua e o ensino remoto se assemelhe, mesmo que seja somente um pouco, ao presencial”. 	02
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ “Sim, já que esse formato mudou completamente o nosso roteiro de aula”. 	02
Inclusão e participação	<ul style="list-style-type: none"> ▪ “[...] Sim, os aplicativos ajudaram na inclusão e participação de todas as atividades eram realizados em conjunto, portanto as ferramentas foram de fatos úteis”. 	02
Promove a interatividade	<ul style="list-style-type: none"> ▪ “[...] todos podem interagir e compartilhar ideias entre si, o que 	02

	possibilita um caminho mais rápido em aprender”.	
Construção efetiva do conhecimento	▪ “[...] incentivam o lúdico, a criatividade e o trabalho em equipe”.	02
Total de respostas	-----	18

OBS: O número de estudantes é diferente do número de comentários, pois, os registros das categorias foram elaborados a partir das expressões explicitadas pelos estudantes.

Fonte: Elaborada pela autora, 2021

Diante desse enfoque, a prática pedagógica é um complexo campo de trabalho, sendo costurada com muitos retalhos coloridos, requerendo um planejamento mais detalhado e humano, ou seja, pensar no estudante como a parte central do processo. Não podemos tratar as informações, apresentar atividades, sem antes termos uma visão crítica da clientela que está recebendo essas mensagens. É importante termos em mente a importância vivencial, experimental e cultural dos discentes que estão imersos nesse processo. Assim, o processo de ensino e aprendizagem precisa ser dinâmico, participativo, colaborativo, tendo em vista as emoções e sentimentos de cada estudante, não sendo importante somente preencher o espaço escolar com informações, porém, precisa sentir, pensar, agir e fazer para que a aprendizagem reflita uma ação transformadora. Nesse sentido, Freire (2005, p. 19), pontua que, “[...] o homem só se expressa convenientemente quando colabora com todos na construção do mundo comum – só se humaniza no processo dialógico de humanização do mundo”.

Nessa perspectiva, os recursos digitais mostram-se como aliados no processo de ensino e aprendizagem, incorporando ferramentas que atendam às necessidades dos estudantes. Porém, é um desafio na prática pedagógica do professor. Desse modo, o planejamento precisa ser formatado com atividades que integrem todos os discentes na sala de aula, apresentando significado para construção de cidadãos críticos e reflexivos. Para Bruner (2006, p. 42),

A medida em que a tecnologia avança em complexidade, tanto em maquinário quanto em organização humana, o papel da escola se torna central em nossa sociedade, não simplesmente como agente de socialização, mas como transmissor de habilidades básicas.

Com vista na concepção crítica de Bruner (2006, p. 37 – 38), “A utilização da mente pelo homem depende da habilidade desse de desenvolver e utilizar “ferramentas” ou “instrumentos” ou ainda “tecnologias” que lhe tornem possível expressar e amplificar o seu poder”. Ao falar desses termos, ofendemos o homem

quando pronunciamos “[...] como dependente deles para realização de sua humanidade”. Para o autor (2006, p. 38), a linguagem,

[...] talvez, seja o exemplo ideal de tal tecnologia avançada, com o seu poder não somente para a comunicação, mas para codificar a “realidade”, representando questões remotas ou imediatas e, realizando todas estas coisas de acordo com as regras que nos permitam tanto representar a realidade quanto transformá-la, por meio de regras convencionais e apropriadas.

Segundo os comentários feitos pelos estudantes, os recursos digitais funcionam como facilitadores de aprendizagem, pois, contribuem para inclusão e participação na sala de aula. Desse modo, as tecnologias digitais, vem cada vez mais ganhando espaço na vida das pessoas, promovendo a integração e a comunicação entre comunidades em formato de rede. Isso se deve primeiramente ao fato de estarmos vivendo uma explosão de variedades de mídias digitais, além disso, faz parte da geração de cada estudante, essas novas relações de conhecimentos; já o segundo ponto, é a evolução da tecnologia e da ciência no mundo moderno; e, o terceiro ponto, a utilização dessas ferramentas tornaram-se mais evidente devido a pandemia vivida pelo planeta (COVID-19). Então, esses fatos fazem parte da história social, política, econômica e cultural dos discentes.

Para os estudantes, as aulas presenciais são mais atrativas do que no formato remoto. Leva-nos a refletir que, os seres humanos precisam sentir-se no mundo e compartilhar os seus sonhos e desejos com seus semelhantes, colocando-se como sujeitos históricos. É na presença do outro que se firmam como seres pensantes e transformadores (FREIRE, 2005).

Assim, as atividades investigativas, sejam de caráter manipulativa, lúdica, digitais, explorativas, enfim, o objetivo é promover a interação, intercâmbio cultural, respeito, conhecer novas formas de comunicação, integração ao mundo das informações e construir novos saberes. Nesse contexto, Freire (2005), esclarece que a investigação é um processo de busca, de conhecimento e de criação, exigindo de seus sujeitos que vão descobrindo novas formas de aprendizagens.

PERGUNTA 05

Com base no terceiro objetivo específico: “Desenvolver uma sequência de ensino para apoiar o estudo de Funções, embasada no ensino por descoberta, por

meio de um currículo em espiral com caráter investigativo”, escrevemos a seguinte pergunta: “O que você achou das estratégias metodológicas aplicadas durante os encontros para o estudo de função? Descreva livremente conforme o seu ponto de vista”.

Nesse enfoque, usamos a unidade de registro para destacar a comunicação escrita dos estudantes, geramos o quadro 15, pontuando elementos importantes em torno da estratégia utilizada para o delineamento da sequência de ensino.

Quadro 15 – Aspectos afirmativos da sequência de ensino numa abordagem investigativa

Categorias	Aspectos explicitados	Frequência absoluta
Prática inovadora	▪ “[...] dinâmicas, participativas e inovadoras, trazendo-nos um novo conceito do processo de aprendizagem”.	04
	▪ “Muito boa, não sabíamos que poderia ter uma aula tão diferentes das aulas habituais de matemática que temos”.	02
	▪ “[...] interessantes e eficazes.	02
	▪ “[...] foi um trabalho que contribuiu para o nosso aprendizado. Além disso, trouxe um conceito de função que nós nunca tínhamos visto, e as estratégias foram bem pensadas e praticadas nas aulas.	02
Conteúdo próximo da realidade	▪ “[...] a gente conseguiu enxergar o conteúdo de modo mais próximo da nossa realidade, sem aquela formalidade que faz parecer que o assunto é extremamente complexo”.	02
Tempo pedagógico insuficiente	▪ “[...] tempo das aulas foram curto”.	02
Total de respostas	-----	16

OBS: O número de estudantes é diferente do número de comentários, pois, os registros das categorias foram elaborados a partir das expressões explicitadas pelos estudantes.

Fonte: Elaborada pela autora (2021)

Analisando os dados dessa pergunta, percebemos que, a estratégia aplicada ampliou o conceito de Funções, por meio da estruturação pedagógica com significado. Significa dizer que, as ferramentas utilizadas para delinear o processo de ensino e aprendizagem foram atraentes e estimuladoras, pontuando satisfação, curiosidade e abrindo leques de oportunidades para a investigação. Para esse mosaico de conhecimentos, Bruner (2006, p. 156), destaca a necessidade da incorporação de novas ideias, de forma que se encaixem nas necessidades do aprendiz, denotando oportunidades de pensar e aprender.

Para o planejamento dessas ações, abordamos temáticas que fizessem parte do cotidiano dos estudantes, explorando diferentes alternativas e recursos pedagógicos, aproximando do contexto vivencial e experiencial, possibilitando a construção de novos saberes, por meio do diálogo, da partilha de conhecimentos e da elaboração coletiva de atividades.

A reconfiguração da prática educativa abre um espaço para pesquisa, compreensão, transformação, renovação e inovação, produzindo possibilidades para novas perspectivas no processo de ensino aprendizagem, uma vez que, professores e estudantes protagonizam coletivamente. Nesse sentido, Pimenta e Franco (2014, p. 79), afirmam que, a partir das práticas de pesquisas de ensino, desenvolvem-se projetos envolvendo alunos e professores numa perspectiva formativa e dialógica, propiciando transformações no cenário das aprendizagens.

A conclusão das atividades remete à construção de uma sequência de ensino para o estudo de Funções, privilegiando “[...] a base conceitual para sistematizar *saberes* e produzir um novo *conhecimento e saber*, a começar pela definição do tema em estudo” (OLIVEIRA, 2013, p. 79). Para Tardif (2014, p.192), “[...] tudo é saber: os hábitos, as emoções, a intuição, as maneiras de fazer [...], as maneiras de ser [...], as opiniões, a personalidade das pessoas, as ideologias, o senso comum, todas as regras e normas, qualquer representação do cotidiano”. Para Bruner (2006), as sequências de ensino são ótimas alternativas para descoberta, investigação, estimular a aprendizagem e ampliação de novos horizontes.

Ressaltamos ainda, a importância da simplicidade, dinamicidade, flexibilidade e o tempo, pois, são elementos fundantes para construção de um modelo diversificado e adequado de planejamento, possibilitando aos estudantes a construção de uma “[...] visão mais integrada da Matemática, ainda na perspectiva de sua realidade”. Devendo favorecer “[...] a tomada de decisões orientados pela ética e o bem comum” (BNCC, 2017, p. 517).

PERGUNTA 06:

Levando em consideração o terceiro objetivo específico: “Desenvolver uma sequência de ensino para apoiar o estudo de Funções, embasada no ensino por descoberta, por meio de um currículo em espiral com caráter investigativo”, escrevemos a seguinte pergunta: “Quais as contribuições da sequência de ensino com abordagem investigativa por descoberta, para sua aprendizagem no conteúdo de funções?”

Por meio desse questionamento, sublinhamos as contribuições que a sequência de ensino proporcionou à aprendizagem dos estudantes. Apontado a formação teórica e prática desenvolvida na sala de aula, apresentamos no quadro 16. Dessa forma, as relações de saberes foram concebidas mediante exploração de alternativas e aprimoradas em cada ação, aplicando estratégias diversificadas.

Quadro 16 – As contribuições da sequência de ensino na visão dos estudantes

Categorias	Contribuições	Frequência absoluta
Olhar dos estudantes	<ul style="list-style-type: none"> ▪ “[...] os conteúdos apresentados nas aulas foram disseminados de forma leve, porém de bastante conhecimento para nós alunos”. 	02
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ “O conteúdo de função está presente em muitos cálculos e em situações cotidianas. Acreditamos que, o nosso cérebro tenha sido estimulado, o que facilitará o entendimento de outras situações semelhantes na matéria da matemática”. 	02
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ “[...] nos fazem enxergar uma nova forma de estudar, principalmente no quesito de usar os recursos digitais”. 	02

	<ul style="list-style-type: none"> ▪ “[...] aprofundamo-nos no estudo de funções, tendo experiências positivas que nos somaram muitos aprendizados e desmistificaram antigas bagagens de dificuldade diante do conteúdo. Assim, foi um assunto que a gente já havia estudado, e com essas aulas tiramos dúvidas e tudo ficou esclarecido”. 	02
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ “As contribuições são, que conseguimos realmente entender o assunto, e, perceber função dentro do nosso cotidiano, pois foi um ensino bem divertido, e ao mesmo tempo, competente”. 	02
Conexão pessoal	<ul style="list-style-type: none"> ▪ “As músicas que eram apresentadas nas aulas construíram uma conexão com a gente, já que muitas das escolhidas tinha algo pessoal, deixando o ambiente agradável e harmônico. 	02
Estratégias de ensino	<ul style="list-style-type: none"> ▪ “Com os jogos conseguimos ser mais objetivos e estrategistas na forma de pensar e responder”. 	02
Total de respostas	-----	14

OBS: O número de estudantes é diferente do número de comentários, pois, os registros das categorias foram elaborados a partir das expressões explicitadas pelos estudantes.

Fonte: Elaborada pela autora (2021)

Nessa abordagem final, vimos a importância da atividade pedagógica no aspecto investigativo, oferecendo direção e sentido ao estudo de Funções, através do qual construímos várias alternativas de estudo, com o intuito de estimular o processo de aprendizagem, com base nos conhecimentos e saberes dos estudantes. A partir dessa teia de organização, elaboramos uma sequência de ensino, contendo várias estratégias que pudessem iluminar a cultura pedagógica inovadora, influenciando no desenvolvimento do pensamento crítico-lógico-dedutivo.

Segundo os estudantes, esse formato de atividade, facilitou a aprendizagem, deixando o conteúdo apresentável, leve, interessante, atraente e motivador. A forma de abordagem do conteúdo reorganizou as ideias dos estudantes, tornando mais simples o entendimento e desenvolvendo novas habilidades.

Nessa perspectiva, o processo de aprendizagem emerge para a socialização cultural de conhecimentos, integrando os sujeitos a partir do diálogo, circunstâncias

e vivências, uma vez que os estudantes passam a ter acesso aos “[...] significados culturais construídos” (FRANCO, 2012, 140). Conforme a autora,

Os saberes populares são componentes importantes e fundamentais para a tessitura da jornada pedagógica dos alunos; para a criação dos saberes partilhados com a escola e com os diferentes grupos sociais de seus protagonistas; para dar sentido e contextualização a novos aprendizados (FRANCO, 2012, 144).

Nesse contexto, as ações foram centradas nos estudantes e organizadas por uma sequência de fazeres, a fim de superar os desafios da aprendizagem, fazendo uma conexão do ser com o estar no mundo. Por isso é que, os discentes mencionam a relação de harmonia trabalhada em cada etapa da sequência.

Convém demarcar as contribuições que a sequência de ensino por descoberta num processo investigativo provocou nos estudantes:

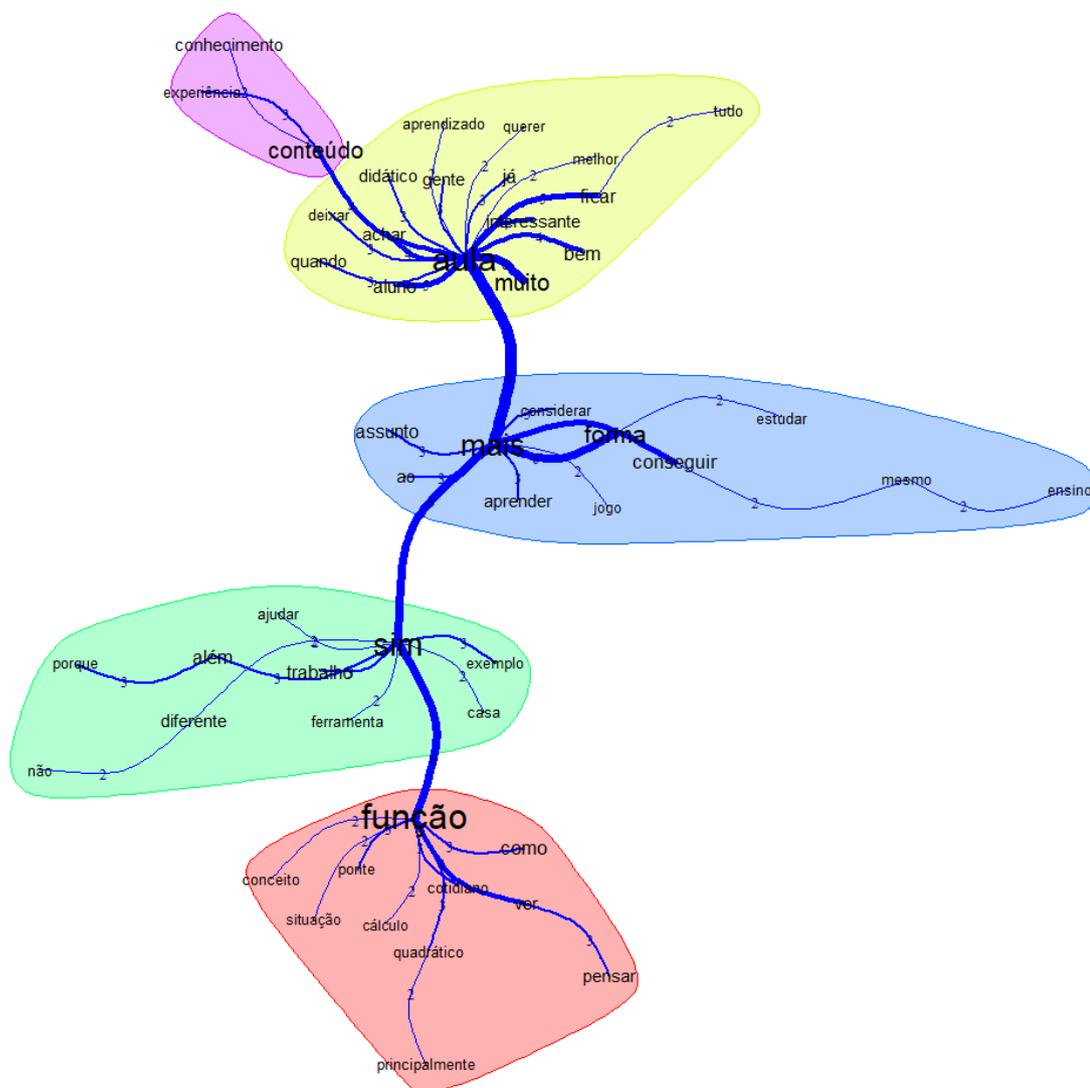
- Dinâmica robusta de conhecimentos;
- Estimulação do pensamento crítico, intuitivo, lógico e dedutivo;
- Implicações de novas ações com base na experiência cotidiana;
- Interação e respeito entre os participantes e professora;
- Valorização do conhecimento;
- Ampliação de ideias;
- Abertura para novas perspectivas;
- Exploração de alternativas com significado;
- Promoção de conhecimentos vinculados às vivências;
- Instigação da curiosidade e a criatividade realizando novas combinações de conhecimento;
- Desenvolvimento de aptidões e habilidades;
- Socialização de culturas;
- Autonomia cultural;
- Reflexão crítica;
- Participação ativa e protagonismo;
- Elaboração de novos conceitos;
- Estruturação, interpretação, leitura e resolução de diferentes situações problemas;
- Ativação do inteligível;
- Possibilidades da criação de novas ações; e outros.

Nesse direcionamento, a sequência de ensino é uma forma descritiva, dinâmica, dialógica, lúdica e investigativa, para entender o objeto de estudo e experimentar novas alternativas. Assim, Lorenzato (2008, p. 72), afirma que, “A experimentação é o melhor modo para se conseguir a aprendizagem com significado [...]”. Desse modo, consiste numa abordagem contextualizada, envolvendo elementos cruciais para o desenvolvimento da linguagem tanto oral quanto escrita, numa base problematizadora, por meio de estratégias que proporcionem encantamento e aprendizagem. Sequência de ensino na visão de André (2016, p. 82), “[...] é um dispositivo dinâmico, pois, à medida que vai sendo construída, vai sendo refinada, aperfeiçoada, o que permite ao professor obter informações sobre as capacidades reais e as potencialidades dos alunos de uma dada turma”.

Para melhor compreensão da análise das respostas dos discentes, recorreremos a ferramenta tecnológica Iramuteq, software gratuito que possibilita efetuar diferentes análises acerca dos corpus textuais, de maneira que organiza a distribuição dos vocábulos num formato simples e de fácil compreensão (CAMARGO; JUSTO, 2013). Segundo Bardin (2016, p.126), “O *corpus* é o conjunto dos documentos tidos em conta para serem submetidos aos procedimentos analíticos. A sua constituição implica, muitas vezes, escolhas, seleções e regras”. A autora (2016), explica que é interessante recorrer ao processo de informatização, quando a investigação precisa de análises estatísticas e numéricas complexas. Destaca ainda que, nem sempre o computador faz tudo, nesse caso, precisa-se operar algumas informações manualmente.

Para unificarmos as respostas do questionário aberto (questionário 2), foram submetemos à análise contextual no Iramuteq, obtendo-se o gráfico de similitude apresentado a seguir na figura 10.

Figura 10 – Ponto de vista dos estudantes acerca da sequência de ensino com implicações na aprendizagem



Fonte: Elaborada pela autora (2021).

Face dessa figura, percebemos as descrições de elementos destacados pelos estudantes acerca das implicações da sequência de ensino para o estudo de Funções, de modo que, cada área representa uma cor diferente, definindo as respostas. Assim, definimos:

- Área roxa: está relacionada a aquisição do conhecimento por meio da abordagem contextualizada e interdisciplinar do conteúdo, tendo em vista a experiência, criatividade e o processo investigativo.

- Área amarela: descreve o desenvolvimento da aula, sendo operada com dinamismo e estratégias pedagógicas inovadoras, proporcionando aprendizagem com significado.
- Área azul: representa as formas estratégicas utilizadas para abordar o assunto Função, considerando-se mais atraente, interessante e participativa.
- Área verde: explicita que, a utilização de diferentes ferramentas pedagógicas colabora para o entendimento do assunto e estimula a curiosidade e a criatividade.
- Área rosa: refere-se a conceitualização teórica e prática de Funções, envolvendo situações problemas do cotidiano, pondo o estudante no centro do processo de conhecimento, por meio da participação e diálogo.

Diante das respostas dos estudantes, verificamos a riqueza existente quando adquirida em relação à explicação, compreensão, acontecimentos, atitudes e conceitos que estão associados às interpretações, análises e resolução de problemas. Segundo Zabala (1998, p. 42), esse tipo de conhecimento se aprende por meio de atividades integradas às estruturas do conhecimento, instaladas na exploração de novas alternativas de ensino, desencadeadas em diferentes situações ou contextos de aprendizagens. Nesse sentido, o autor demonstra que (1998, p. 42 – 47), a aprendizagem ocorre nas seguintes formas:

- A aprendizagem dos conceitos e princípios: Os conceitos se referem ao conjunto de fatos, objetos ou símbolos que tem características comuns, e os princípios se referem às mudanças que se produzem num fato, objeto ou situação em relação a outros fatos, objetos ou situações e que normalmente descrevem relações de causa-efeito ou de correlação.
- A aprendizagem dos conteúdos procedimentais: [...] inclui entre outras coisas as regras, as técnicas, os métodos, as destrezas ou habilidades, as estratégias, os procedimentos – é um conjunto de ações ordenadas e com um fim, quer dizer, dirigidas para a realização de um objetivo.
- A aprendizagem dos conteúdos atitudinais: [...] engloba uma série de conteúdos que por sua vez podemos agrupar em valores, atitudes e normas. As características diferenciadas da aprendizagem dos conteúdos atitudinais também estão relacionadas com a distinta importância dos componentes cognitivos, afetivos ou condutais que contém cada um deles.

No desfecho final, os estudantes foram agraciados com alguns mimos, como forma de agradecimento pela participação, interesse e contribuição nas ações desenvolvidas.

- Placa de agradecimento pelo compromisso, participação, desempenho e criatividade nos encontros do Projeto (Figura 11) - “Sequência de ensino para o estudo de função por meio da estratégia de um currículo em espiral numa abordagem matemática investigativa”.
- Torre de Hanói – mimo de integração e partilha de saberes (Figura 11).
- Selo 2ºCPM-CHMJ – é destinado a participação em eventos, aulas, projetos, oficinas, trabalhos científicos e culturais, e, em outras atividades. Parceria com a Instituição de ensino.

Figura 11 – Mimos de agradecimento e gratidão dedicado aos estudantes



Fonte: Elaborada pela autora (2021)

Destacamos, as considerações finais dos estudantes como reconhecimento e implicações do trabalho para formação intelectual e vivencial (Quadro 17).

Quadro 17 – Reconhecimento e implicações do trabalho na concepção dos estudantes

Categoria	Narrativa dos estudantes
Agregação e reconhecimento	<ul style="list-style-type: none"> <li data-bbox="896 439 1289 477">▪ <i>“Obrigada por tudo, [...]”.</i> <li data-bbox="896 510 1394 584">▪ <i>“[...] projeto lindo, agregou muito em nossas vidas”.</i> <li data-bbox="896 618 1394 730">▪ <i>“Gratidão, por ter uma professora com tanta vontade de ensinar os seus alunos”.</i> <li data-bbox="896 763 1394 913">▪ <i>“[...] nos ensinou função perfeitamente bem, e estamos muito felizes por ter feito parte de um projeto incrível [...]”.</i> <li data-bbox="896 947 1394 1133">▪ <i>“Obrigada, por toda preocupação, atenção e dedicação em nos ensinar. Você realizou seu trabalho com maestria [...]”.</i>

Fonte: Elaborada pela autora (2021)

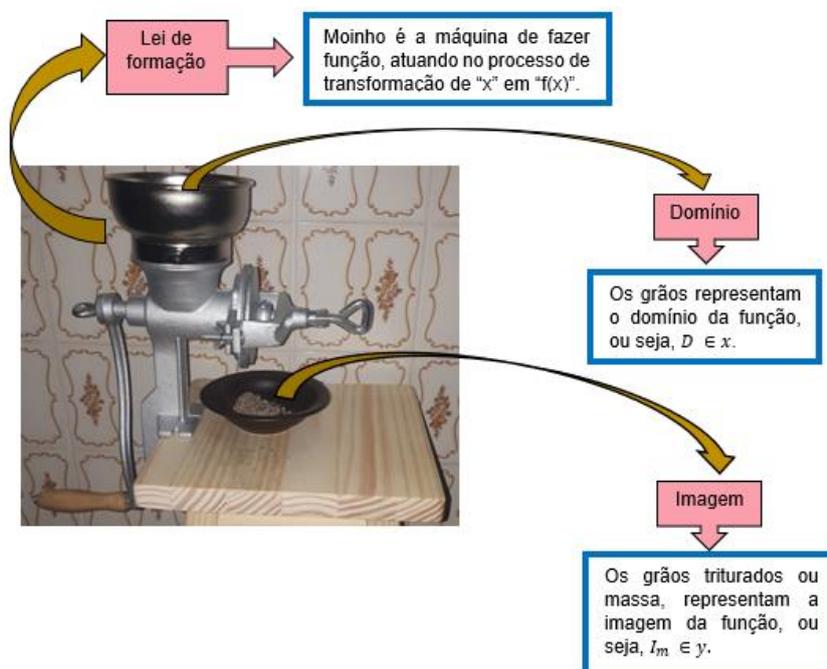
Assim, a organização e dinâmica das atividades, configurou-se num quadro de construção, oportunidades, possibilidades e aprendizagens, destacando a investigação, reflexão, análise, criticidade, criatividade, imaginação, linguagem, descoberta, experiências, vivências, valores e atitudes, como competências e princípios que se desdobram na construção do conhecimento, visando formação humana e intelectual dos estudantes. Desse modo, a estruturação e formação das etapas para a sequência de ensino, consistiram na conexão de contextos reais associados à abordagem matemática. Portanto, o objetivo era inquietar, construir, aprofundar e ampliar os conhecimentos, e, possibilitar novas formas de visualizar e entender o conteúdo explorado, tendo em vista um currículo em espiral, conforme a proposta teórica de Jerome Bruner, anunciado no segundo capítulo dessa dissertação.

6.3 Análise geral das experiências pedagógicas vivenciadas na proposta de pesquisa

Para o estudo de Função, traçamos atividades que discorreram num processo investigativo, com o foco de conduzir o estudante à leitura e ao entendimento, considerando uma série de experiências vividas no meio em que estão inseridos: a leitura de mundo e os conhecimentos prévios, por meio da abordagem dialógica do conteúdo, informações, ferramentas visuais, tecnológicas e manipulativas.

A introdução do conteúdo de Função, deu-se por meio de uma alegoria matemática – Moinho (Figura 12), com o objetivo de apresentar a temática num formato real e vivencial, destacando os elementos constituintes. Essa forma de apresentação, encoraja o estudante a relacionar e descobrir novas formas de aprendizagem.

Figura 12 – Alegoria matemática: moinho de fazer função (2)



Fonte: Elaborada pela autora (2021).

No decorrer das aplicações das atividades desenvolvidas na sala de aula, vivemos momentos belíssimos de aprendizagem. Assim, destacamos a participação ativa dos estudantes, socialização de saberes, aprendizagem coletiva, sugestões de

atividades, respeito cultural, eficiência para resolução dos problemas e o desenvolvimento de atitudes e habilidades cercadas de significados.

Ao iniciar cada encontro, começamos a explorar os saberes e entendimentos acerca da temática abordada, e em seguida, usamos uma ferramenta tecnológica – Canva, para expandir a criatividade e o trabalho coletivo, assim, verificamos a linguagem natural e própria de cada participante para descrever a sua experiência. O interessante é que, demonstraram leveza, curiosidade e eficiência ao proceder com este tipo de atividade, pois, consistia numa abordagem investigativa e uma recapitulação de conhecimentos já vistos. A forma de como a atividade foi conduzida, explorou conceitos, situações cotidianas, resolução de problemas, explicações, argumentação, diferentes formas de interpretações.

A partir dessa conversação e exploração, construímos vários pôsteres (Quadro 18), dando significado ao processo de ensino e aprendizagem. Desse modo, a proposta possibilitou a inserção dos estudantes no campo do conhecimento e da tecnologia, resgatando e escrevendo experiências, além de estimular a aprendizagem. Assim, caracterizamos a ação pela elaboração coletiva e compartilhada de saberes.

Quadro 18 – Produção dos pôsteres dos estudantes

PASSEANDO NO UNIVERSO DAS FUNÇÕES



Y e X se encontram no percurso do conhecimento e fizeram planos para conhecer o mundo, e assim, embelezaram as funções matemáticas, traduzindo significados a cada situação vivenciada. As suas histórias são tão belas, que encantam cada página construída do seu ser. Quem as leem, jamais os esquecerá dessa intensa e brilhante história de domínio e imagem, num diagrama ligados por laços de efetividade.

Pôster 1

$f(x)$



Vejo função:
 1. Na alimentação,
 2. Nas vestimentas,
 3. Nas compras,
 4. Nas formas de pagamentos,
 5. Na aprendizagem,
 e em outras situações.
 Isso é muito bacana!

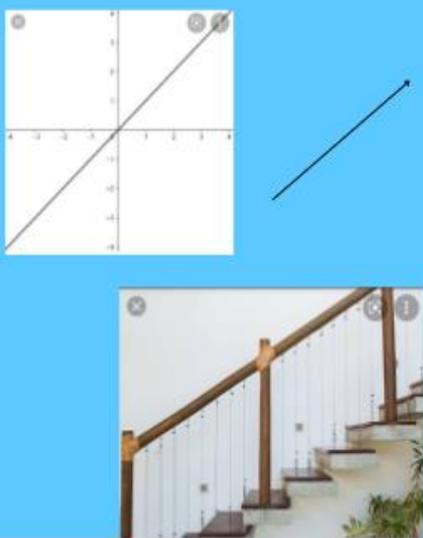
Pôster 2

REPRESENTAÇÃO DE FUNÇÃO AFIM NO COTIDIANO




Pôster 3

Função afim crescente

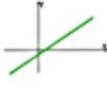


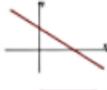
Pôster 4

$f(x) = ax + b$
 $a \neq 0$

coeficiente angular
 \downarrow
 $y = ax + b$
 \uparrow
 coeficiente linear

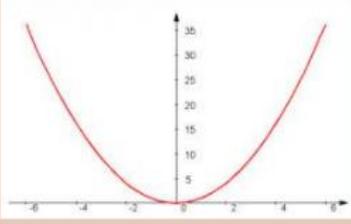
CRESCENTE E DECRESCENTE
 $f(x) = ax + b$

 $a > 0$
 crescente

 $a < 0$
 decrescente

Pôster 5

A MATEMÁTICA
 É A BASE DE TODAS
 AS BELEZAS DA VIDA.



Pôster 6

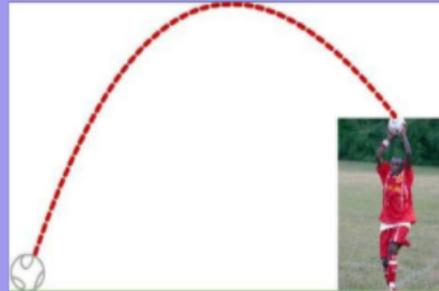
Representação de Função
 quadrática no cotidiano







Pôster 7



Esse é um movimento parabólico, com concavidade voltada para baixo, que representa uma função quadrática, ou seja, uma função do 2º grau.

Pôster 8



Fonte: Canva. Link de acesso:

https://www.canva.com/design/DAEdzx5gQLQ/share/preview?token=Zb4FoH7OJH3KDN_EdGOF3Q&role=EDITOR&utm_content=DAEdzx5gQLQ&utm_campaign=designshare&utm_medium=link&utm_source=sharebutton

Para compor o conjunto de experiências, organizamos situações problemas para que pudessem exercitar a leitura, interpretação, criticidade, reflexão e o pensamento lógico-dedutivo, assim, procuramos validar o conhecimento por meio de uma atividade denominada “Ser Interessante”. Nesta, a ação se caracteriza numa intervenção investigativa, no sentido de promover a aprendizagem com significado, oportunizando os estudantes a discutirem, refletirem, recordarem informações já vistas e explorarem novas abordagens temáticas.

Nessa abordagem, observamos a relevância da linguagem para o entendimento das informações, destacamos ainda, as trocas de saberes, formas diversificadas para resolução de problemas, representações, estruturação e associações matemáticas para a obtenção do resultado. À medida que, as dúvidas iam sendo pontuadas, já íamos esclarecendo-as.

Para esse tópico, elaboramos questões com abordagens interdisciplinares e contextualizadas, fazendo a conexão com o mundo do conhecimento e as

experiências vivências dos estudantes. Em vista disso, as ideias e construções costumam caminhos para ampliação de novos horizontes.

Apresentaremos a seguir, as atividades trabalhadas em cada encontro no tópico “Ser Interessante”, realçado a presença e a importância da matemática em contextos vivenciais. No quadro 19, expomos a primeira proposta de estudo e discussão atribuída aos discentes para o processo de aprendizagem.

Quadro 19 – Questão matemática trabalhada com os estudantes (1)

SER INTERESSANTE 1– GOOGLE FORMULÁRIO

INSTRUÇÃO:

1. A resolução dessa atividade será realizada em dupla, sendo A, B, C, D e E.
2. A devolutiva é feita pelo mesmo formulário.
3. Não é preciso constar os nomes dos componentes.

QUESTÃO 1: Dona Zezé em um certo dia, esqueceu de fechar a torneira da pia da cozinha, ficando aberta durante 120 min com uma vazão constante de $8l/min$. Quantos litros de água foram desperdiçados pelo esquecimento de Dona Zezé? A relação entre o tempo em que a torneira permanece aberta e o volume de água desperdiçada é uma função? Justifique.

Respostas dos estudantes (em dupla)

A: 960litros de água. Sim, é uma função. Pois o tempo que a torneira ficou aberta é que vai dizer quantos litros de água foram desperdiçados, haja vista ter que multiplicar o tempo que ficou aberta vezes o tanto de litro que gasta por minuto.

B: $f(x)=8x$. Na qual a resposta é 960 L. Sim, pois cada elemento de A (vazão) tem um elemento correspondente em B(tempo)

C: É uma função, pois o volume de água gasta depende do tempo. $y=8x120$ 960 litros desperdiçados.

D: Fizemos por regra de três, e o resultado foi 960. Descobrimos que, regra de três também é função.

E: 960L. É uma função porque quanto mais tempo a torneira ficar aberta, mais água será desperdiçada. Além de cada elemento de A ter um único correspondente em B. LEI: $f(x)=8.x \rightarrow f(x)=8.120 \rightarrow f(x)=960L$

Fonte: Elaborada pela autora (2021)

Com relação a essa atividade 1, os estudantes se organizaram e resolveram em dupla. A finalidade dessa tarefa era compreender as implicações de Funções por meio de situações do cotidiano. Observamos que, alguns estudantes apresentaram dificuldades interpretativas; esse indicador se deve ao desencontro da linguagem matemática com a linguagem dos discentes, delimitando a exploração de novas

alternativas, e, conseqüentemente, provocando o distanciamento destes, em relação aos contextos matemáticos.

Após a explicação, verificamos que, os estudantes discutiram e formularam estruturas para resolução. Neste caso, afirmamos que a intervenção foi satisfatória.

No quadro 20, aplicamos a segunda atividade, visando a ampliação do conhecimento, disseminando o processo didático participativo com abordagem investigativa.

Quadro 20 – Questão matemática trabalhada com os estudantes (2)

SER INTERESSANTE 2- GOOGLE FORMULÁRIO

INSTRUÇÃO:

1. A atividade será resolvida coletivamente.
2. A devolutiva é feita pelo mesmo formulário.
3. Não é preciso constar os nomes dos componentes.

QUESTÃO 01. Nina trabalha numa loja de eletrodoméstico como vendedora. Seu salário é composto por uma parte fixa de R\$ 1.100,00 e mais uma parte variável que corresponde a 2% do valor das vendas efetuadas. Responda:

A) Se Nina vender R\$ 20.000,00 de mercadorias, quanto receberá no final do mês?

B) Para que Nina receba um salário de R\$ 3.000,00, qual deve ser o valor das vendas que ela deve efetuar?

QUIZ 07/10/2021

a) $f(x) = ax + b$

2% de 20.000 = R\$ 400,00

Parte fixa = R\$ 1.100

Parte variável = 2% de vendas

R\$ 400,00 + R\$ 1.100 = R\$ 1.500

b) $f(x) = 2\% \cdot x$ de 1.100,00

$3000 - 1100 = 2\% \cdot x$

$1900 = \frac{2\% \cdot x}{100}$

$2x = 190.000$

$x = 95.000$

► RAIZ DE UMA FUNÇÃO DO 1º GRUPO

Fonte: Elaborada pela autora (2021)

Tratando-se da questão 2, percebemos uma familiarização entre os discentes e o conteúdo, evidenciado através dos discursos. À medida que iam discutindo, descreviam as possibilidades para estruturação da resposta. Vale salientar que, a proposição foi resolvida coletivamente, e em seguida, escolheram um colega para enviar a solução. Assim, a atividade caracterizou-se por meio de eixos interativos e dialógicos.

No quadro 21, mostramos a terceira atividade, propondo aos estudantes interação com o meio e a aplicação de estruturas alternativas de conhecimento abordado com a matemática.

Quadro 21 – Questão matemática trabalhada com os estudantes (3)

SER INTERESSANTE 3- GOOGLE FORMULÁRIO

INSTRUÇÃO:

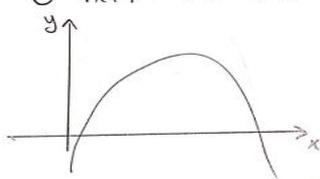
1. A atividade será resolvida coletivamente.
2. A devolutiva é feita pelo mesmo formulário.
3. Não é preciso constar os nomes dos componentes.

QUESTÃO 01. O sapo é um tipo de anfíbio que habita lugares úmidos, como na beira de riachos, lagoas e brejos, mas não gostam de lugares muito frio.
Suponha que um sapo, ao pular, descreve uma trajetória em função do tempo, dada pela expressão $h(t) = -t^2 + 4t + 6$, em que h expressa a altura atingida em metros e t , o tempo em segundos.
Determine:

- a) O instante " t " em que o sapo atinge a sua altura máxima.
- b) A altura máxima em metros atingida pelo sapo.

exercício 1210512024

① $h(t) = -t^2 + 4t + 6 \rightarrow a < 0$ (negativa \uparrow)
 $a = -1 \quad b = 4 \quad c = 6 \quad t = ?$



a) $x_v = \frac{-b}{2a}$
 $x_v = \frac{-(+4)}{2 \cdot (-1)}$
 $x_v = \frac{-4}{-2}$
 $x_v = +2s$

b) $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$
 $y_v = \frac{-(+40)}{4 \cdot (-1)}$
 $y_v = \frac{-40}{-4} \rightarrow y_v = +10m$

$\Delta = b^2 - 4ac$
 $\Delta = 4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 6$
 $\Delta = 16 + 4 \cdot 6$
 $\Delta = 16 + 24$
 $\Delta = 40$

Fonte: Elaborada pela autora (2021)

No quesito 3, os estudantes destacaram várias regularidades acerca do estudo de função quadrática, como zeros da função, concavidade da parábola, vértice da parábola, valor de mínimo e valor de máximo. Além disso, mencionaram outras situações que consistiam neste tipo de abordagem. Foi uma questão envolvente que se revelou pelo empenho, discussão, interação e a transcrição para elaboração do resultado. Seguidamente, escolheram um representante para encaminhar a solução, obtida coletivamente.

Com relação ao quadro 22, expomos a quarta atividade, centrada em situações naturais, priorizando a interpretação, análise, socialização e resolução de problemas, propondo a elaboração do conhecimento com significado.

Quadro 22 – Questão matemática trabalhada com os estudantes (4)

SER INTERESSANTE 4 – GOOGLE FORMULÁRIO

INSTRUÇÃO:

1. A resolução dessa atividade será realizada em equipe, sendo equipe A e B.
2. A devolutiva é feita pelo mesmo formulário.
3. Não é preciso constar os nomes dos componentes da equipe, somente equipe A ou B.

QUESTÃO 01. O lago artificial de um parque florestal tem a forma de um círculo com 120 m de raio. Um paraquedista aterrissou em um ponto P cuja distância, em metro, ao centro do lago é $|150 - x|$.

- a) Determine os possíveis valores de x para que P seja um ponto da margem do lago.
- b) Determine os possíveis valores de x para que P não esteja nem dentro do lago nem na margem.

EQUIPE 1:

EQUIPE 2:

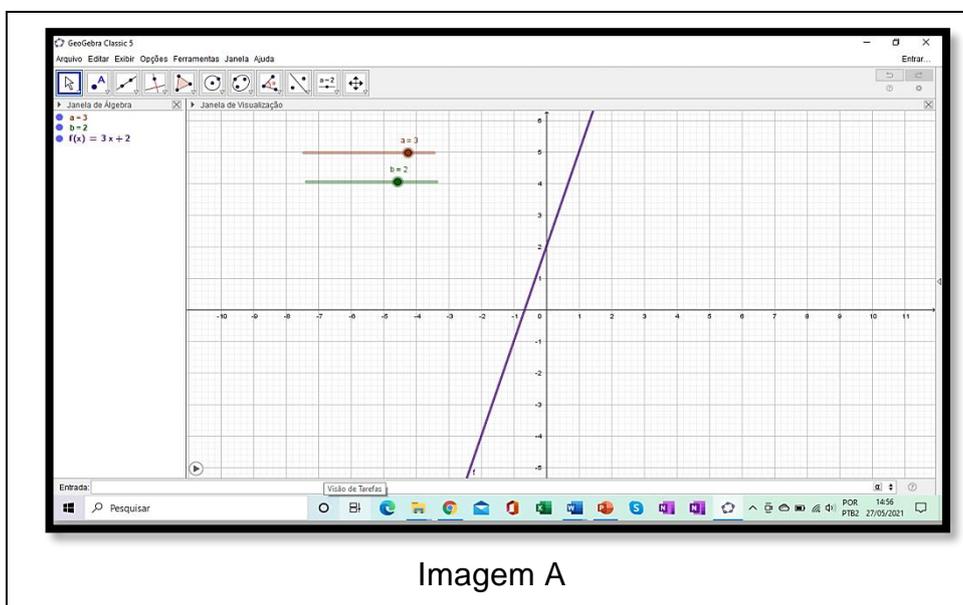
Fonte: Elaborada pela autora (2021)

Fazendo referência ao item 4, os estudantes foram divididos em dois grupos, A e B. O caminho das resoluções foi trilhado por várias discussões e procedimentos, onde destacamos a participação, dedicação, comunicação e integração, como fatores cruciais para o levantamento de hipóteses, questionamentos, estruturação e resolução.

Diante do exposto, evidenciamos que a organização e estruturação dos episódios de conhecimento foram favoráveis para o desenvolvimento de habilidades e para a potencialização de diferentes conhecimentos, intermediados pela temática abordada.

Para melhor compreensão e visualização gráfica no estudo de Funções, utilizamos o software denominado GeoGebra (Quadro 23) com o propósito de instigarmos a aprendizagem. Por meio dessa ação, descrevemos vários tipos de funções intermediada por uma lei de formação e verificamos o seu comportamento gráfico. Foi uma atividade matemática proveitosa e participativa, em que os estudantes fizeram várias perguntas, observações e comentários.

Quadro 23 – Imagens criadas pelos discentes no GeoGebra



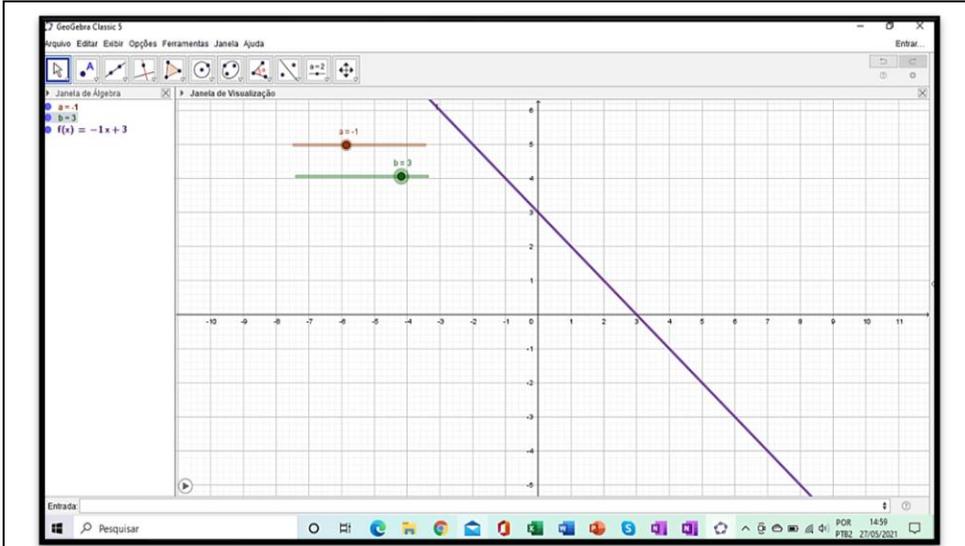


Imagem B

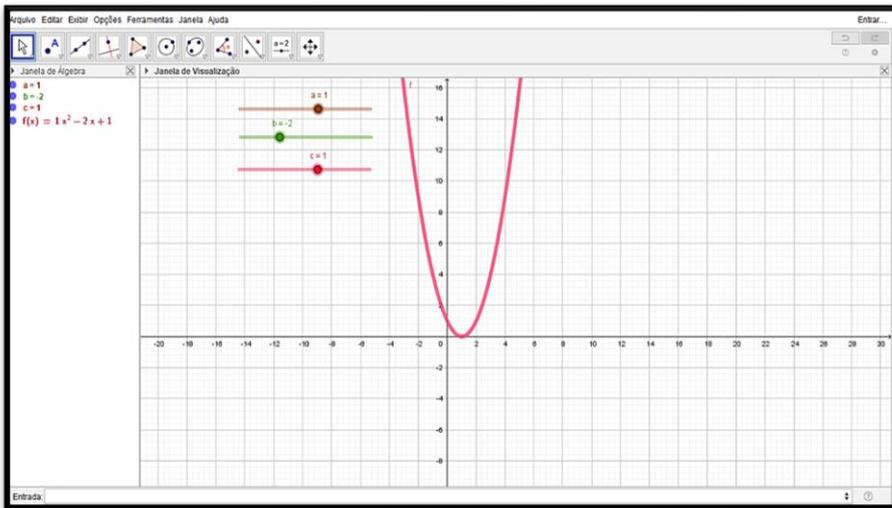


Imagem C

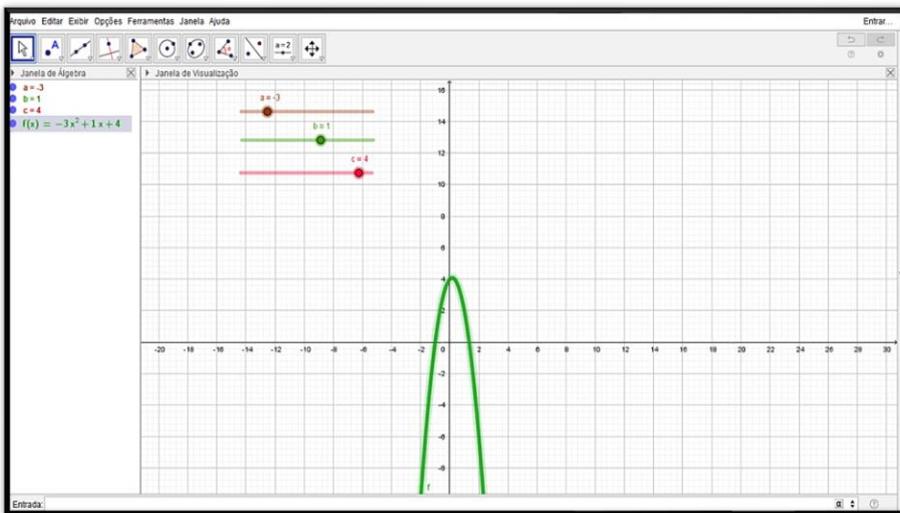
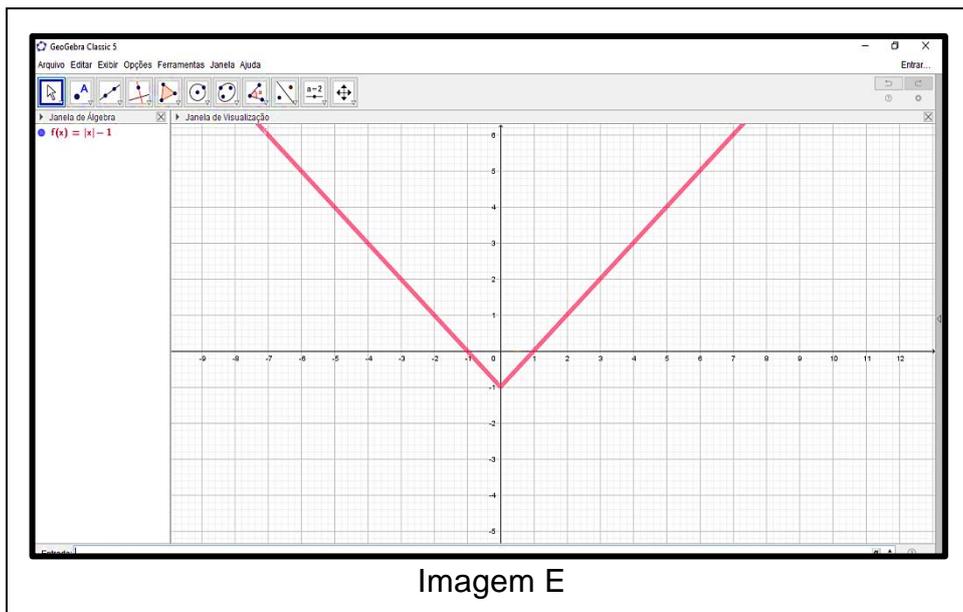


Imagem D

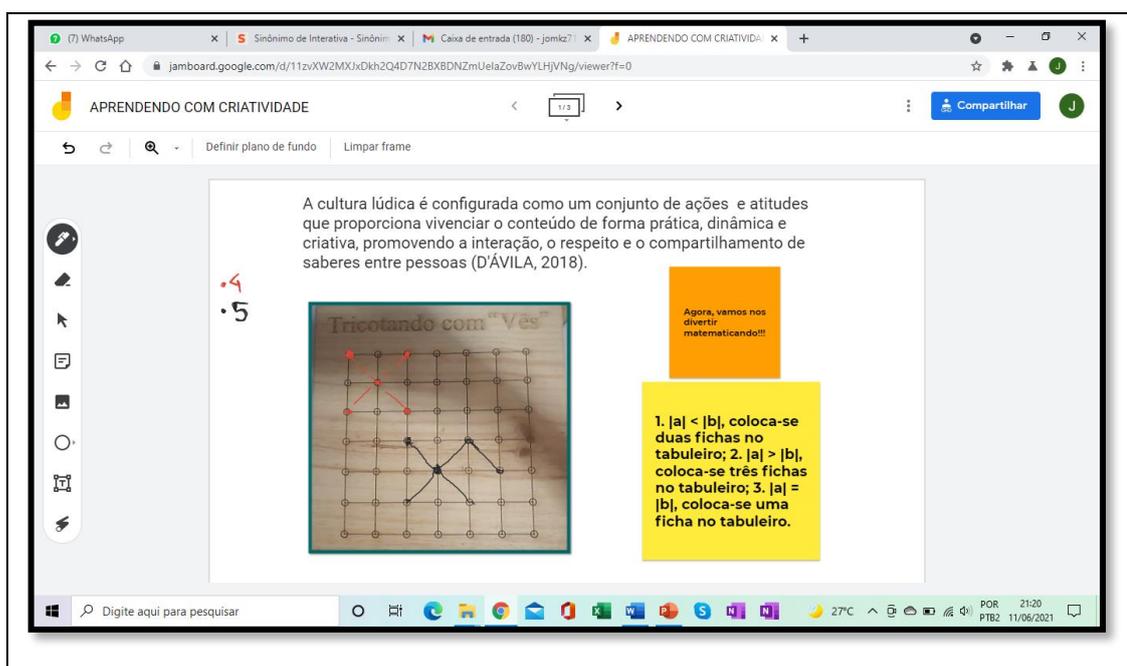


Fonte: Elaborada pela autora (2021)

Para compor a dinamização das atividades, utilizamos a ferramenta digital Jamboard, pois, é um quadro inteligente do Google que serve para trabalhar vários tipos de informações, construções e o compartilhamento de ideias, de forma participativa e criativa, por meio da escrita, leitura, desenho e gravuras, possibilitando que grupos de pessoas interajam entre si, auxiliando no processo de conhecimento coletivo.

Desse modo, apresentamos uma atividade lúdica (Figura 13) trabalhada por meio da ferramenta Jamboard, sendo disponibilizada através de um link postado no Google Meet. A intenção da proposta foi de proporcionar a participação ativa dos discentes no processo de ensino e aprendizagem.

Figura 13 – Momento de interatividade: Jamboard



Fonte: Elaborado pela autora e os estudantes (2021)

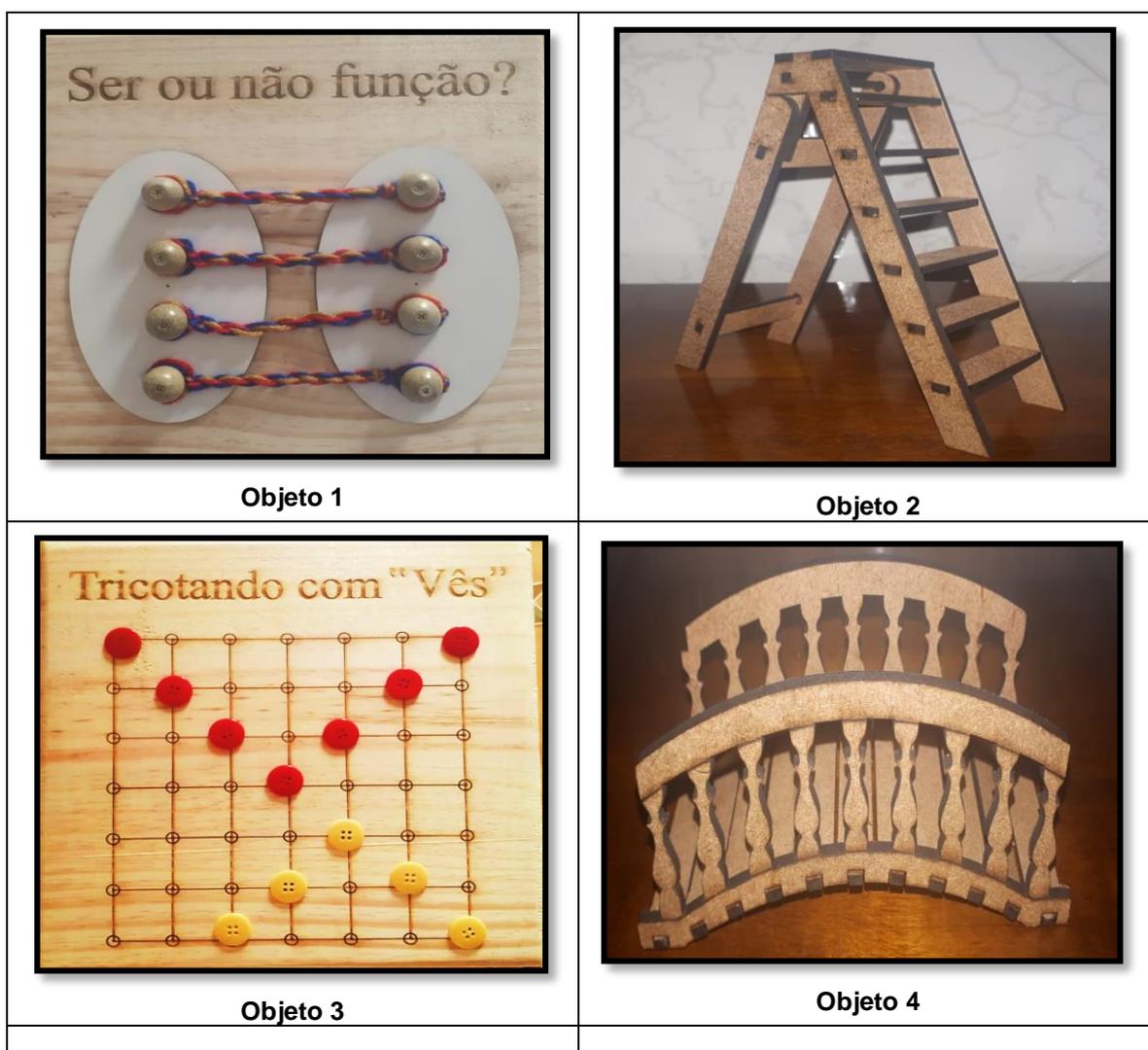
Com o intuito de modelar o processo de ensino e tornar o estudo prático, dinâmico, atrativo, dialógico e criativo, utilizamos como alternativa atividades lúdicas, tendo como fins, trabalhar o conteúdo de Funções de maneira mais leve, empolgante, engenhosa e embelezadora, com o propósito de encantar, estimular a curiosidade e mostrar as diversas faces da aprendizagem. Nesse ponto, o dinamismo e a criatividade fazem parte da estratégia de elucidação do conhecimento, apresentando-se num formato livre, através da percepção visual e tátil para o entendimento da temática em estudo. Nesse sentido, Torre (2005, p. 57), menciona que, “A atividade criativa é intrinsecamente humana. Apenas o homem livre cria, projetando seu mundo interior ao meio”.

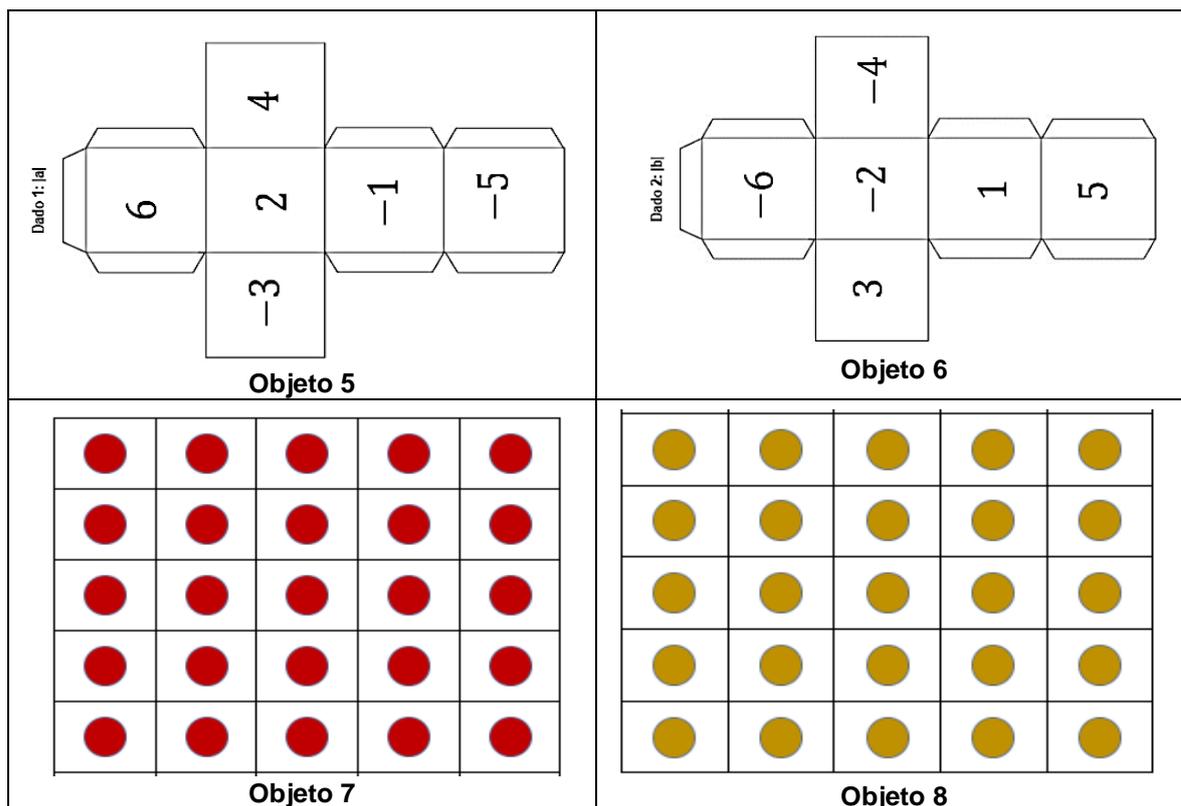
Nessa abordagem de comunicação e interação, evidenciamos a produção das atividades lúdicas, que consistiram num momento de descontração, brincadeira, respeito, conversação, conhecimento e aprendizagem. De acordo com D'Ávila (2018), as atividades lúdicas inseridas na prática pedagógica devem constituir-se em ações que suscitem no processo de aprendizagem com significado, integradas aos modos de pensar, agir e sentir, sendo, portanto, um processo relacional do sujeito com o meio no qual se insere.

Assim, as experiências e atividades manipuláveis quando inseridas no contexto da sala de aula auxiliam na dinamização do ensino, criando um cenário de oportunidades para o processo de aprendizagem, apoiado na reflexão, em questionamentos e na criatividade, dando sentido e significado a cada ação, possibilitando a compreensão relacional e o desenvolvimento de habilidades investigativas (MENDES, 2009).

Para compor o cenário investigativo integramos atividades lúdicas, como vemos no quadro 24. Essa composição de materiais consiste em produzir uma cultura matemática com significado e incentivar o processo de aprendizagem.

Quadro 24 – Materiais lúdicos para o estudo de Função





Fonte: Elaborada pela autora (2021).

Especificação da utilidade dos materiais lúdicos para com o objeto de estudo:

- **Objeto 1:** Foi utilizado para a conceitualização de função, elaboração de uma lei de formação para verificar se é ou não função, e em seguida, descrever uma justificativa. Nessa abordagem traçamos várias situações problemas. Estratégia trabalhada coletivamente.
- **Objeto 2:** Realizamos uma análise acerca do protótipo e descrevemos várias informações envolvendo duas variáveis, x e y , como área, perímetro, distância entre os degraus, proporcionalidade e outras. Nessa atividade surgiram várias sugestões de alternativas para estudo, como: descobrir a altura utilizando o Teorema de Pitágoras, descobertas de ângulos e fazer uso das relações trigonométricas. Podemos dizer que, foi uma atividade que provocou várias indagações e preposições de conhecimento.
- **Objeto 3:** Trabalhamos nessa atividade módulo, e depois, fomos expandindo o conhecimento para estudar Função Modular. A dinâmica da atividade abordou a comunicação, interpretação, resolução de problemas, respeito mútuo, interatividade e cooperativismo.

- **Objeto 4:** A partir desse protótipo, estudamos Função Quadrática, destacando concavidade, vértices da parábola, valor de mínimo e máximo. Foram exploradas várias ideias, apontando novas situações do cotidiano.
- **Objetos 5, 6, 7 e 8:** são objetos complementares do objeto 3.

No quadro 25, apresentamos uma atividade lúdica para introduzir um diálogo entre os discentes e ao mesmo tempo, verificarmos os conhecimentos prévios. Salientamos que as estratégias do diálogo se encontram no primeiro encontro.

Quadro 25 – Atividades lúdica (1)

PERGUNTAS	RESPOSTAS
<p>1. Qual é o próximo número da sequência: 5, 11, 17, 23, 29,?</p>	<p>R: 35</p>
<p>2. O Restaurante “BYS” oferece serviço de pronta entrega, e para isso, cobra uma taxa fixa de R\$ 5,00 e mais R\$ 1,50 por quilometro rodado no percurso entre o restaurante e o local da entrega. Quanto será o valor pago, se o local de entrega for de 12 km do restaurante?</p>	<p>R: R\$ 23,00</p>

3. A Praça “Bom Viver” foi construída no formato de um pentágono regular, cujo lado mede 4 metros. Quanto vale o perímetro dessa praça?

R:

$$P = 6 \cdot l = 24 \text{ m}$$

4. Niara comprou 10 caixas de chocolates na Kibombom para presentear seus amigos. Sabendo que, cada caixa de chocolate custou R\$ 8,30 e mais R\$ 12,00 para receber em sacolas de presentes. Qual foi o valor pago por Niara?

R: R\$ 95,00

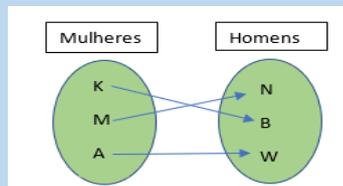
5. Qual o valor da função $f(x) = -3x + 2$, se $x = 4$?

R: -10

6. Nina trabalha numa loja como vendedora e ganha uma quantia fixa de R\$ 400,00 e mais 2% do valor das vendas efetuadas. Quanto Nina ganhará se vender R\$ 1000,00?

R: R\$ 420,00

7. Numa festa entre amigos, formaram-se casais para dançar uma valsa. Observe a formação dos casais:

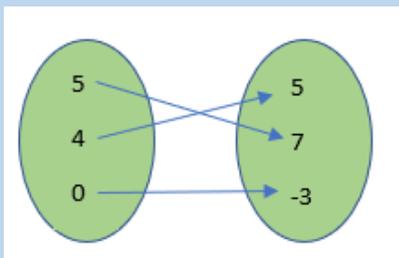


Essa formação de casais indica uma função? Justifique.

R: Sim.

Cada elemento do conjunto M tem um correspondente no conjunto H.

8. O diagrama representa uma função de A em B. Escreva uma lei de formação.



R: $f(x) = 2x - 3$

<p>9. Esta imagem traz elementos que lembra o gráfico de alguma função? Se acaso for afirmativo, qual (is)?</p> 	<p>R: Sim.</p> <p>Função Quadrática e</p> <p>Função Afim</p>
<p>10. Esta figura apresenta elementos que lembram o gráfico de alguma função? Em acaso afirmativo, indique a(s) função(ões).</p> 	<p>R: Sim.</p> <p>Função Modular</p> <p>Função Afim</p>

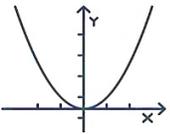
Fonte: Elaborada pela autora (2021)

Essa atividade foi modelada com o intuito de promover a interação, compartilhar saberes e diagnosticar os conhecimentos prévios acerca de Funções num formato lúdico e participativo. Este cenário, possibilitou o desencadeamento do processo investigativo de maneira coletiva, estabelecendo uma relação com a linguagem, observação, construção, conhecimento e saberes.

No quadro 26, expomos outra atividade lúdica denominada “Remexo da Função Quadrática”; teve como objetivo recapitular a proposta de ensino apresentada no terceiro encontro, de forma prática e aprazível, estimulando a

interpretação, o raciocínio lógico-analítico-dedutivo e formação de diferentes saberes.

Quadro 26 – Atividades lúdica (2): Remexo da Função Quadrática

	<p>Os zeros da função: $f(x) = x^2 - 8x + 7$</p>	<p>$S = \{1,7\}$</p>	<p>Curva da função quadrática</p>
<p>A fórmula de Bhaskara</p>	<p>175</p>	<p>O custo de um produto é calculado: $C(x) = -\frac{1}{5}x^2 + 8x + 100$, quanto será o custo para a produção de 25 canetas?</p>	<p>Parábola</p>
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	<p>$\Delta > 0$</p>	<p>Duas raízes reais distintas</p>	<p>Vértices da parábola</p>
$\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$	<p>Uma pedra, lançada ao nível do solo, atingindo altura máxima, em metros, descrevendo a função: $f(t) = -t^2 + 3t$. A altura máxima vale:</p>	<p>2,25</p>	 <p>Oba, jogue mais uma vez!</p>
<p>$a > 0$</p>	<p>Em que ponto o gráfico da função $f(x) = -x^2 + 4x - 3$, intercepta o eixo das ordenadas?</p>	<p>(0, - 3)</p>	<p>A função $f(x)=2x^2-10x+21$ possui concavidade voltada para cima ou para baixo?</p>

Concavidade para cima	Qual a condição necessária para a qual a função $f(x) = ax^2 + bx + c$, sendo a , b e c números reais, seja do segundo grau?	"a" tem que ser diferente de zero	 Ah, passe a vez!
 (Bônus) Peça ajuda a alguém para resolver uma questão.	Quais as coordenadas do vértice da parábola $y = x^2 - 6x + 8$?	$(3, -1)$	Seja $f(x) = -x^2 + 22x + 1$, qual o valor de $f(-2)$?
-47	Considere a função $f(x) = 2x^2 + 3x - 10$. Qual o valor da soma $a + b + c$?	- 5	Qual a soma das raízes da função $f(x) = x^2 + 16x + 39$?
- 16	A função $f(x) = x^2 - 4x + k$ tem o valor mínimo igual a 8. Qual o valor de k ?	12	 Está com sorte, jogue duas vezes consecutivas.
 Ah, passe a vez.	 Bravo, continue jogando!	 (Bônus) Peça ajuda a alguém para resolver uma questão.	 Bravo, continue jogando!

Fonte: Elaborada pela autora, 2021.

No tocante a essa atividade, definimos como um momento cultural lúdico para promoção da aprendizagem, enfatizando o protagonismo compartilhado. Com vista nessa abordagem, Bruner (1999) menciona a importância de explorar novas alternativas de ensino, com o intuito de tornar acessível e interessante o processo de conhecimento com significado.

Ressaltamos que, no decorrer das atividades trabalhamos um texto matemático bellissimo intitulado: “Os mistérios dos gansos em V” (Texto matemático de Ian Stewart, resolvido por Hemlock Soames e o Dr. Watsup, Tradução de George Schelessinger), que nos convida a uma leitura curiosa e dinâmica, mostrando o porquê de os gansos voarem num formato de “V”, destacando o cuidado com outro, companheirismo, respeito, importância do trabalho coletivo e em equipe, além de conter explicações no aspecto físico e filosófico para o processo do conhecimento. Desse modo, a leitura matemática ressignifica o contexto escolar, trazendo novas discussões, reflexões e embelezando a estruturação da prática pedagógica.

De maneira geral, todas essas estratégias pedagógicas resultaram na organização e estruturação da sequência de ensino para o Estudo de Função, contribuindo beneficentemente para o conhecimento matemático por descoberta na abordagem investigativa.

No próximo capítulo, faremos as nossas considerações.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A constituição da pesquisa deu-se a partir da reflexão da prática pedagógica, com base na problematização no contexto escolar e na experiência vivencial da sala de aula. Diante disso, o estudo teve como finalidade delinear alternativas para o encorajamento dos desafios encontrados nas aulas de matemática, como: a deficiência interpretativa e argumentativa para a resolução de problemas, a falta de motivação por não compreenderem a importância e aplicabilidade matemática no cotidiano, a incompreensão da linguagem matemática, e, o distanciamento da matemática com a realidade. Então, a partir desses fatores, fizemos uma revisão na prática docente e construímos uma intervenção com a finalidade de auxiliar e superar os desafios. Desta forma, construímos uma sequência de ensino para intervir e edificar o ensino com clareza, eficácia e significação, aproximando o contexto escolar da realidade e dos anseios dos estudantes.

Com base nessa reflexão, respondemos as perguntas propostas inicialmente na pesquisa que reproduzimos novamente aqui: Quais são os saberes e experiências sobre funções utilizados pelos estudantes em situações do cotidiano, que têm implicações no processo de aprendizagem? Quais são os desafios decorrentes no contexto escolar dos estudantes, para a compreensão do estudo de funções, com vista numa aprendizagem participativa, dialógica, e, com significados para formação humana? De que forma uma sequência de ensino, poderá auxiliar na aprendizagem dos estudantes sobre o estudo de funções, modelado pela investigação, para o processo de ensino por descoberta? Como viabilizar o acesso dos professores e estudantes às atividades da sequência de ensino, acerca de funções construídas, a partir do resultado da pesquisa?

Ao lado das perguntas norteadoras construímos o objetivo geral, e, para responder aos questionamentos, foram elencados os objetivos específicos, os quais apoiam o desenvolvimento da pesquisa. Novamente reproduzimos: Identificar os saberes dos estudantes acerca de Funções, por meio de conceitos alternativos no contexto matemático, relacionados com situações do cotidiano; Elaborar atividades que integre o diálogo da matemática com a realidade do estudante, para a promoção de novos saberes e conhecimentos, visando à aprendizagem com significado, para formação de ser no mundo; Desenvolver uma sequência de ensino para apoiar o estudo de Funções, embasada no ensino por descoberta, por meio de um currículo

em espiral com caráter investigativo; Elaborar como produto educacional, uma revista pedagógica, apresentando a sequência de ensino para o estudo de Funções, com abordagem didática do ensino investigativo por descoberta.

Em consonância com as perguntas norteadoras e os objetivos específicos, verificamos que, as atividades abordadas na sequência de ensino contribuíram significativamente para o desenvolvimento de novas habilidades de aprendizagem, apontando para a ampliação do conhecimento, a interatividade, exploração de novas alternativas, estímulo para a produção ativa do conhecimento, participação, cooperatividade, e, estabelecendo confiança, respeito e diálogo.

No decorrer do desenvolvimento do trabalho, as etapas para cada ação foram registradas no caderno de campo, como: a primeira conversa com os estudantes, apresentação do projeto para os estudantes e a instituição escolar, documentos, convites, programação, objetivos, tema para cada encontro, falas, percepções, comentários, contribuições, observações, experiências, vivências, metodologia e tipos de ferramentas utilizadas, enfim, todo o conjunto de saberes que agregam e corroboram para aplicação da ação pedagógica.

Com vista nessa exposição de pensamento, a proposta de trabalho se firmou numa ação pedagógica, tendo como referência o delineamento de uma estratégia de ensino para o encorajamento dos estudantes a perceberem as implicações do conteúdo de Funções no cotidiano, por meio de uma dinâmica simples, apresentável, atrativa, criativa, curiosa, participativa e dialógica. É nesta visão que, a proposta de ensino por descoberta concedida pela teoria de Jerome Bruner desencadeou um leque de opção e de estratégias metodológicas para a abordagem dos conteúdos vistos na sala de aula, oportunizando professores e estudantes a aprenderem cooperativamente, possibilitando a construção de novos saberes e a exploração de novas estruturas de conhecimentos. Para tanto, trata-se uma forma de articular o ensino e aprendizagem, dando real valor às vivências e contextos dos sujeitos que estão inseridos neste processo.

Diante do exposto, foi elaborada uma sequência de ensino para o estudo de Funções, orientada pelos propósitos de Bruner baseado no processo investigativo numa abordagem por descoberta, destacando a importância de trabalhar com problemas do cotidiano e incrementado por diferentes materiais didáticos e ferramentas pedagógicas. Com esse formato de trabalho, elevamos o grau de compreensão e entendimento dos estudantes acerca do estudo de Funções. Para

tanto, o ensino só tem valor real quando promove a interação do discente com o meio em que está inserido. Dessa forma, as atividades propostas na sequência de ensino, estimularam a participação, o desenvolvimento do pensamento lógico-dedutivo-reflexivo e o desejo pela descoberta, motivados pela curiosidade e investigação, por intermédio da interação e da busca de novos saberes.

Desse modo, ao trabalhar Funções por meio de uma sequência de ensino no contexto escolar, produzimos uma viagem investigativa no mundo matemático com uma visão concreta, palpável e real, com determinantes promissores e comprometedores com a mudança de atitude, de pensamento, renomeado por novas reflexões e ações. Por conseguinte, a aquisição e construção do conhecimento dando-se de maneira apreciável, intensa, prazerosa e embelezadora.

Em relação aos resultados da pesquisa, o ensino por descoberta instiga a curiosidade, promove a autonomia e as relações de comunicação da matemática como o mundo das informações, constituindo experiências de aprendizagem, a qual encaminha-se para o processo investigativo. As explorações investigativas direcionadas pelo professor na sala de aula permitem aos estudantes se posicionarem criticamente, estimulando ações reflexivas e argumentativas para elaboração de conceitos e desenvolvimento de conjecturas matemáticas. Desse modo, a aprendizagem valoriza o pensamento intuitivo e analítico do discente, que são conduzidos pelo desejo de aprender.

No tocante às análises, percebemos que, para que o processo de aprendizagem tenha significação real na vida dos estudantes é necessário que seja articulado à teoria com a prática, denotando valores formativos de nível intelectual, social, cultural e integral. Desse modo, o ensino da matemática nas suas concepções de mundo traga para dentro da sala de aula, reflexões relacionadas às práticas pedagógicas, estratégias de ensino e proposição de alternativas, como formas de melhorar o rendimento escolar dos estudantes, e, despertar o gosto e o embelezamento pela disciplina. Assim, a prática educativa norteadada pela descoberta possa redesenhar o currículo matemático com atividade estimuladora, exigindo dos professores e estudantes participação efetiva e compartilhada para produção contextualizadas de novos conhecimentos.

Com relação à BNCC e o Currículo em Espiral, vimos que a Base está normatizada em leis, concentrando o ensino em competências e habilidades, visando o exercício pleno da cidadania e o mundo do trabalho; enquanto, o Currículo em

Espiral vai bem mais além, debruçando-se sobre o ensino com significado, valorizando várias dimensões, como: o erro com significado, a descoberta, aspectos histórico-socioculturais, vivências, experiências, contextualização, interdisciplinaridade, protagonismo, a utilização de ferramentas pedagógicas, destacando que, uma estrutura de conhecimento pode ser revisitada quando necessário para aperfeiçoamento da aprendizagem, e, qualquer conteúdo pode ser ensinado a um sujeito, desde que, respeite as fases cognitivas. Reiteramos que, ambas devem se complementar para assegurar o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem com significado.

Acreditamos que, a partir deste trabalho, podemos impulsionar novas pesquisas para o desenvolvimento de sequências de ensino estruturadas no Currículo em Espiral, direcionada ao estudo de outras Funções, tais como: Função Exponencial, Função Logarítmica, Função Seno, Função Cosseno e Função Tangente, e até mesmo, aprofundando dos conhecimentos acerca das Funções citadas nessa dissertação, desabrochando novos trabalhos.

Por fim, a inserção e a inovação do cenário de ensino produzem um conjunto de valores e princípios essenciais para a viabilização e construção do conhecimento, transformando a sala de aula num campo de pesquisa, permitindo abertura de novas perspectivas e horizontes, em que, cada estudante assume o seu papel social e cultural, sendo conduzido por uma visão analítica e crítica no ambiente de aprendizagem.

REFERÊNCIAS

- ALRØ, Helle; SKOVSMOSE, Ole. **Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.
- ANDRÉ, Marli (org.). **Práticas inovadoras na formação de professores**. Campinas, SP: Papyrus Editora, 2016. (Prática Pedagógica)
- BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Tradução: Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2016.
- BÍBLIA. Salmos e Provérbios. Português. *In: A Bíblia sagrada: Novo testamento*. Tradução: João Ferreira de Almeida. Campinas: Sociedade Bíblica Trinitariana do Brasil, 2009. p. 533-534.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais de Educação Básica**. Brasília: MEC/SEB/DICEI, 2013.
- BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN + Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002.
- BRUNER, Jerome S **Atos de Significação**. Tradução: Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
- BRUNER, Jerome S **O Processo de Educação**. Lisboa, Portugal: Edições 70, 2015.
- BRUNER, Jerome S **Sobre a Teoria da Instrução**. São Paulo: Ph Editora, 2006.
- BRUNER, Jerome S **Sobre o conhecimento: ensaios da mão esquerda**. São Paulo: Phorte, 2008.
- BRUNER, Jerome S. **Cultura da Educação**. Tradução Pedro Bernardo. Lisboa: Edições 70, 1996.
- BRUNER, Jerome S. **Para Uma Teoria da Educação**. Sine lócus: Rolo & filhos, Artes Gráficas Ltda, 1999.
- BRUNER, Jerome S. **The process of education**. Tradução: Maria do Carmo Romão. Lisboa: Edições 70, 1977.
- CAMARGO, B. V.; JUSTO, A. M. Iramuteq: um software gratuito para análise de dados textuais. **Temas em Psicologia**, Santa Catarina, v. 21, nº 3, 2013. ISSN: 1413-389X.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 23. ed. Campinas: Papyrus, 2012. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática)
- D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e Matemática**. São Paulo: Summus; Campinas: Ed. da Universidade Estadual de Campinas, 1986.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.

D'ÁVILLA, Cristina; FORTUNA, Tânia Ramos (org.). **Ludicidade, cultura lúdica e formação de professores**. Curitiba: CRV, 2018.

EITERER, C. L.; MEDEIROS, Z.; DALBEN, A. I. L. D. F.; COSTA, T. M., L. C. (org.). **Metodologia de pesquisa em educação**. Belo Horizonte: UFMG, Faculdade de Educação, 2010.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. (Coleção Formação de Professores)

FONSECA, Vitor da. **Desenvolvimento cognitivo e processo de ensino-aprendizagem: abordagem psicopedagógica à luz de Vygotsky**. Petrópolis: Vozes, 2018.

FRANCO, Maria Amélia Santoro. Pesquisa ação-pedagógica: práticas de empoderamento e participação. **ETD – Educ. Temat. Digit.**, Campinas, SP, v. 18, n. 2, p. 511-530, 2016. ISSN: 1676-2592.

FRANCO, Maria Amélia Santoro; PIMENTA, Selma Garrido (org.). **Pesquisa em educação: A pesquisa-ação em diferentes feições colaborativas**. São Paulo: Edições Loyola, 2018.

FREIRE, Paulo. **A importância do ato de ler: em três artigos que se completam**. 51. ed. São Paulo: Cortez, 2011. (Coleção questões da nossa época; v. 22)

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996. (Coleção Leitura)

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2005.

FREIRE, Paulo; FAUNDEZ, Antonio. **Por uma pedagogia da pergunta**. Revisão técnica e tradução do texto de Antonio Faundez: Heitor Ferreira da Costa. 7. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2011.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo (org.). **Métodos de Pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1991.

HESSEN, Joannes. **Teoria do conhecimento**. Tradução: João Vergílio Gallerani Curter. Revisão técnica: Sérgio Sérvulo da Cunha. 3. ed. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2012.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos da Matemática Elementar**. 8. ed. São Paulo: Atual, 2004.

ILLERES, Knud. **Teorias contemporâneas da aprendizagem**. Porto Alegre: Penso, 2013.

JORGE, M.; TEIXEIRA, R. C.; FILHO, T. C.; SILVA, F. F. **Matemática para o ensino médio: volume I**. São Paulo: Editora do Brasil, 2009.

LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos da metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática**. 2 ed. São Paulo: Cortez, 2013.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática**. São Paulo: 2006.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E. *et al.* **A Matemática do Ensino Médio**. v. 1. 9. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

LORENZATO, Sérgio. **O laboratório de ensino da Matemática na formação de professores**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2010. (Coleção formação de professores)

LORENZATO, Sérgio. **Para aprender Matemática**. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2008. (Coleção formação de Professores)

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem componente do ato pedagógico**. São Paulo: Cortez, 2011.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições**. 22. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e educação: alegorias, tecnologias, jogos, poesia**. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2012. (Coleção questões da nossa época ; v. 43)

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos da metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MENDES, Iran Abreu. **Investigação Histórica no Ensino de Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2009.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (org.). **Pesquisa Social**. Teoria, método e criatividade. 18. ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. **O desafio do conhecimento**. São Paulo: Hucitec, 1993.

MIZUKAMI, Maria das Graças Nicoletti. **Ensino: as abordagens do processo**. São Paulo: E.P.U., 2019.

MOREIRA, Marco Antonio. **Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

MOREIRA, Marco Antonio. **Teorias da Aprendizagem**. 2. ed. São Paulo: E.P.U., 2019.

MUZUCATO, Thiago Pereira da Silva (org.); ZAMBELLO, Aline Vanessa; SOARES, Alessandra Guimarães *et al.* **Metodologia da Pesquisa e do Trabalho Científico**. Penápolis: Editora FUNEPE, 2018.

OLIVEIRA, Maria Marly de. **Como fazer pesquisa qualitativa**. 4. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012.

OLIVEIRA, Maria Marly de. **Sequência Didática Interativa no processo de formação de professores**. Petrópolis: Vozes, 2013.

OSTROWER, Fayga. **Criatividade e processos de criação**. 25. ed. Petrópolis: Vozes, 2010.

PERRENOUD, Philippe. **Avaliação**: da excelência à regulação das aprendizagens – entre duas lógicas. Tradução: Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artmed, 1999.

PERRENOUD, Philippe; THURLER, Monica Gathe *et. al.* **As competências para ensinar no século XXI**: a formação dos professores e o desafio da avaliação. Tradução: Cláudia Schilling, Fátima Murad. Porto Alegre: Artmed Editora, 2002.

PIMENTA, Selma Garrido *et. al.* Pesquisa em educação: **Alternativas investigativas com objetos complexos**. 3. ed. São Paulo: Edições Loyola, 2015.

PIMENTA, Selma Garrido. **Saberes pedagógicos e atividade docente**. 8. ed. São Paulo: Cortez, 2012.

PIMENTA, Selma Garrido; FRANCO, Maria Amélia Santoro (org.). **Pesquisa em educação**: possibilidades investigativas/ formativas da pesquisa-ação. 2. ed. São Paulo: Edições Loyola, 2014.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia de trabalho científico**: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2. ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

REGO, Tereza Cristina. **Vygotsky**: uma perspectiva histórico-cultural da educação. 25. ed. Petrópolis: Vozes, 2014. (Educação e conhecimento)

RIZZATTI, Ivanise Maria *et. al.* Os produtos e processos educacionais dos programas de pós-graduação profissionais: proposições de um grupo de colaboradores. **ACTIO**, Curitiba, v. 5, n. 2, p. 1-17, mai./ago. 2020.

SANTOS, José Gabriel Trindade. **Platão**: A construção do conhecimento. São Paulo: Paulus, 2012. (Coleção Cátedra)

SKOVSMOVES, Ole. **Desafios da reflexão em Educação Matemática Crítica**. Tradução: Orlando de Andrade Figueiredo, Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas: Papirus, 2008. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática)

SKOVSMOVES, Ole. **Um convite à educação Matemática crítica**. Tradução: Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas: Papirus, 2014. (Perspectivas em Educação Matemática)

SOUSA, Francisco Edisom Eugênio de; VASCONCELOS, Francisco Herbert Lima; NETO, Hermínio Borges *et. al.* (org.). **Sequência de Fedathi**: Uma proposta para o ensino da Matemática e ciências. Fortaleza: Edições UFC, 2013.

STAKE, Robert E. **Pesquisa qualitativa**: estudando como as coisas funcionam. Tradução: Karla Reis. Revisão Técnica: Nilda Jacks. Porto Alegre: Penso, 2011.

STEWART, Ian. **Os mistérios do professor Stewart**: resolvidos por Hemlock Soames e o Dr. Watsup. Tradução: George Schlesinger. Rio de Janeiro, 2015.

TAHAN, Malba. **O homem que calculava**. 74. ed. Rio de Janeiro: Record, 2008.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. 17. ed. Petrópolis: Vozes, 2014.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da pesquisa-ação**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1986. Autores Associados.

THIOLLENT, Michel. **Pesquisa-ação nas organizações**. São Paulo: Atlas, 1997.

TOMAZ, Vanessa Sena; DAVID, Maria Manuela M. S. **Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula**. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

TORRE, Saturnino de la. **Dialogando com a criatividade**. Tradutora: Cristina Mendes Rodríguez. São Paulo: Madras, 2005.

VIGOTSKY, Lev Semenovich. **A construção do pensamento e da linguagem**. Tradução: Paulo Bezerra. 2. ed. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2009. (Textos de psicologia)

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Tradução: Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO 1 (FECHADO): LEVANTAMENTO DOS CONHECIMENTOS PRÉVIOS DOS ESTUDANTES ACERCA DE FUNÇÃO.

A finalidade da aplicação do questionário consiste em levantar dados sobre os conhecimentos prévios dos estudantes acerca do conteúdo de Função e os desafios encontrados para sua compreensão no processo de aprendizagem.

01. No processo de aprendizagem do conteúdo de função, você teve alguma dificuldade?

- Sim, muitas.
- Sim, um pouco.
- Não tive.

02. Na sua concepção, quais são os motivos que dificultam a sua compreensão para o estudo de funções?

- Linguagem difícil
- Interpretação e leitura dos problemas
- Esquematização dos problemas
- Resolução dos problemas
- Nenhum dos motivos citados
- Outros motivos

03. No seu cotidiano, você consegue identificar ou visualizar situações em que se aplica o conteúdo de função?

- Sim
- Não
- Às vezes

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO 2 (ABERTO): AVALIAÇÃO DOS ESTUDANTES ACERCA DA SEQUÊNCIA DE ENSINO PARA O ESTUDO DE FUNÇÃO.

Este instrumento faz parte de uma pesquisa acadêmica, que tem por objetivo avaliar a percepção dos estudantes sobre as estratégias de ensino na produção de novos saberes, a partir dos relatos de experiências, descobertas, contribuições, impactos e benefícios que o ensino investigativo por descoberta proporciona no processo de aprendizagem.

É importante ressaltar a relevância de sua participação nesse questionário, a fim de validar as estratégias didáticas empregadas, bem como para a obtenção de sugestões de melhoria e aprimoramento da prática docente.

INSTRUÇÃO:

1. A avaliação será realizada em dupla; caso deseje, pode fazer individualmente.
2. A devolutiva é feita pelo mesmo formulário.
3. Não é preciso constar os nomes dos componentes da equipe, tendo em vista a preservação e o respeito da identidade de cada estudante.

01. A partir da proposta de ensino sobre o estudo de funções, você compreendeu este conceito? Escreva livremente conforme o seu entendimento.

02. A partir da abordagem de ensino desenvolvida durante os encontros, você conseguiu associar situações cotidianas às ideias de funções? Comente livremente e cite exemplos.

03. Você acha que a utilização de materiais lúdicos, como jogos de tabuleiro, dominó de função e protótipos que auxiliam na representação de situações reais, ajudaram no entendimento do assunto de função? Comente livremente.

04. Você acha que as ferramentas digitais (Canva, Google Meet, WhatsApp, GeoGebra, Jamboard) utilizadas nos encontros facilitaram a comunicação e a interatividade no processo de ensino e aprendizagem de forma remota? Descreva a sua opinião em relação ao uso dessas ferramentas.

05. O que você achou das estratégias metodológicas aplicadas durante os encontros para o estudo de função? Descreva livremente conforme o seu ponto de vista.

06. Quais as contribuições da sequência de ensino com abordagem investigativa por descoberta, para sua aprendizagem no conteúdo de funções?

APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA OS PAIS OU RESPONSÁVEIS (TCLE) – AUTORIZAÇÃO DOS PAIS.



GOVERNO DO ESTADO DO CEARÁ
UNIVERSIDADE REGIONAL DO CARIRI
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE EDUCAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO

COMUNICADO AOS PAIS OU RESPONSÁVEIS

Seu (sua) filho (a) _____ está sendo convidado (a) a participar do projeto de pesquisa no formato de oficina, intitulada: “SEQUÊNCIA DE ENSINO PARA O ESTUDO DE FUNÇÕES POR MEIO DA ESTRATÉGIA DE UM CURRÍCULO EM ESPIRAL NUMA ABORDAGEM MATEMÁTICA INVESTIGATIVA”, sob responsabilidade da pesquisadora JOSEFA MARIA DA SILVA, mestranda em Educação pela Universidade Regional do Cariri – URCA. A pesquisa será realizada em três momentos:

1ª etapa:

1. Apresentação do Projeto para os estudantes pelo Google Meet.
2. Aplicação do questionário: consiste em levantar dados sobre os conhecimentos prévios dos estudantes acerca do conteúdo de função e os desafios encontrados para sua compreensão no processo de aprendizagem; o qual, será disponibilizado por meio de um link no grupo do WhatsApp, direcionando para Google Formulário.

2ª etapa:

1. Aplicação de uma estratégia de ensino por descoberta, com caráter investigativo para apoiar o estudo de funções, com abordagem no contexto matemático e no cotidiano, para a promoção da aprendizagem com significado. Neste ponto, será trabalhado em cinco (05) encontros. Os encontros ocorrerão pelo Google Meet. Contaremos com outras ferramentas tecnológicas, como o Canva – para confecção

de pôster partindo do conhecimento por descoberta num processo investigativo, e, GeoGebra – para estudar a formação gráfica das funções. Além disso, utilizaremos materiais lúdicos.

PROGRAMAÇÃO

Encontros	Horário	Data
Apresentação do projeto para os estudantes e o questionário	Das 10h50min às 11h30min	15 de abril de 2021
1º encontro: Universo funcional, dinâmico e criativo da Matemática e seus desafios na construção dialógica do saber. • Estudo de Função	Das 14h às 17h	05 de maio de 2021 (quarta-feira)
2º encontro: Papo reto na interação informativa	Das 14h às 16h	07 de maio de 2021 (sexta-feira)
3º encontro: Um olhar sorridente e parabólico	Das 14h às 16h	12 de maio de 2021 (quarta-feira)
4º encontro: Um “V” para aventurar o conhecimento	Das 14h às 16h	14 de maio de 2021 (sexta-feira)
5º encontro: encerramento/ menção honrosa pela participação	Das 14h às 16h	19 de maio de 2021 (quarta-feira)

3ª etapa:

1. Realização de um questionário aberto para avaliar a estratégia metodológica aplicada para o estudo de funções. A efetivação desta tarefa ocorrerá em dupla, sem a divulgação dos nomes dos participantes, o qual será disponibilizado pelo Google Formulário, e, as devolutivas com as respostas serão no formato de foto ou PDF, por meio do mesmo.

O projeto tem o objetivo de contribuir para o processo de aprendizagem dos estudantes, por meio de ações pedagógicas de forma participativa, dialógica e construtiva de novos saberes, ressignificando o conhecimento para a promoção de ser no mundo, sendo caracterizado por um processo investigativo por descoberta. Assim, a teoria e prática, dialogarão com o contexto matemático e com o meio que os estudantes estão inseridos. A pesquisadora conta com parceria da Coordenação do 2º Colégio da Polícia Militar Coronel Hervano Macêdo Júnior, tendo em vista, o comprometimento social, cultural e intelectual para a formação humana e estudantil. Você poderá consultar a pesquisadora JOSEFA MARIA DA SILVA para esclarecimento e sugestões pelo contato: (88) 999513453 ou pelo e-mails: josefa.ms@hotmail.com ou jom.silva@urca.br ou jomkz71s@gmail.com, tendo como

professor orientador da pesquisa, o Professor Dr. Claudio Rejane da Silva Dantas, e-mail: claudio.dantas@urca.br, o qual é professor titular da Universidade do Regional do Cariri – URCA, do Departamento de Física.

Diante das explicações, se você concorda que seu (sua) filho (a) participe desta pesquisa, solicitamos gentilmente a sua assinatura neste comunicado. Agradeço a confiança.

Juazeiro do Norte-Ceará, 16 de abril de 2021.

Leia o comunicado, e em seguida, informe se concorda ou não, com a participação do seu (sua) filho(a) no projeto de pesquisa.

Li e concordo

Li e não concordo

APÊNDICE D – CONVITE PARA OS ESTUDANTES POSTO NO FORMULÁRIO



GOVERNO DO ESTADO DO CEARÁ
UNIVERSIDADE REGIONAL DO CARIRI
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE EDUCAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO

CONVITE

Eu, JOSEFA MARIA DA SILVA (JÔ) professora da Rede Estadual de Ensino do Estado do Ceará, lotada no 2º COLÉGIO DA POLÍCIA MILITAR CORONEL HERVANO MACÊDO JÚNIOR, venho convidar os estudantes do 2º Ano – Turma A, da referida Instituição acima mencionada, para participar da Pesquisa - **“SEQUÊNCIA DE ENSINO PARA O ESTUDO DE FUNÇÕES POR MEIO DA ESTRATÉGIA DE UM CURRÍCULO EM ESPIRAL NUMA ABORDAGEM MATEMÁTICA INVESTIGATIVA”**. O trabalho será desenvolvido em três etapas:

1ª etapa: 1. Apresentação do Projeto para os estudantes pelo Google Meet. 2. Aplicação do questionário fechado: consiste em levantar dados sobre os conhecimentos prévios dos estudantes acerca do conteúdo de função e os desafios encontrados para sua compreensão no processo de aprendizagem; o qual, será disponibilizado por meio de um link no grupo do WhatsApp, direcionando para Google Formulário.

2ª etapa: 1. Aplicação de uma estratégia de ensino por descoberta, com caráter investigativo para apoiar o estudo de funções, com abordagem no contexto matemático e no cotidiano, para a promoção da aprendizagem com significado. Neste ponto, será trabalhado em cinco (05) encontros. Os encontros ocorrerão pelo Google Meet. Contaremos com outras ferramentas tecnológicas, como o Canva – para confecção de pôster partindo do conhecimento por descoberta num processo investigativo, e, Geogebra – para o estudar a formação gráfica das funções. Além disso, utilizaremos materiais lúdicos.

PROGRAMAÇÃO

Encontros	Horário	Data
Apresentação do projeto para os estudantes e o questionário	Das 10h50min às 11h30min	15 de abril de 2021
1º encontro: Universo funcional, dinâmico e criativo da Matemática e seus desafios na construção dialógica do saber. • Estudo de Função	Das 14h às 17h	05 de maio de 2021 (quarta-feira)
2º encontro: Papo reto na interação informativa	Das 14h às 16h	07 de maio de 2021 (sexta-feira)
3º encontro: Um olhar sorridente e parabólico	Das 14h às 16h	12 de maio de 2021 (quarta-feira)
4º encontro: Um “V” para aventurar o conhecimento	Das 14h às 16h	14 de maio de 2021 (sexta-feira)
5º encontro: encerramento/ menção honrosa pela participação	Das 14h às 16h	19 de maio de 2021 (quarta-feira)

3ª etapa: 1. Realização de um questionário aberto para avaliar a estratégia metodológica aplicada para o estudo de funções. A efetivação desta tarefa, ocorrerá em dupla, sem a divulgação dos nomes dos participantes, o qual, será disponibilizado pelo Google Formulário, e, a devolutiva com as respostas serão no formato de foto ou PDF, por meio do mesmo.

Agradeço a participação e colaboração.

E-mail da pesquisadora: josefa-ms@hotmail.com ou jomkz71s@gmail.com

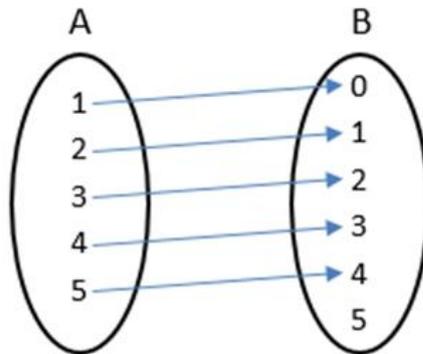
APÊNDICE E – RESUMO DE FUNÇÕES

1 Estudo de Funções

1.1 Definição

Dados os conjuntos A e B, uma função $f: A \rightarrow B$ (lê-se “uma função f de A em B”) é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento $x \in A$ um elemento $y = f(x) \in B$ (LIMA, 2006). Em outras palavras, uma função é uma lei que associa os elementos de dois conjuntos, de modo que, para cada elemento do primeiro conjunto corresponde um único elemento do segundo conjunto.

Seja $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, vamos associar os elementos dos dois conjuntos. Para isso, vamos representar os conjuntos através de diagramas e associarmos seus elementos usando flechas.



Veja que esta forma como associamos os elementos dos dois conjuntos é uma função, pois, foi associado a cada elemento do conjunto A um único elemento do conjunto B. Poderíamos representar essa função de outras maneiras. Veja que, para cada elemento $x \in A$ foi associado o elemento $x - 1 \in B$. Assim, representamos essa função por:

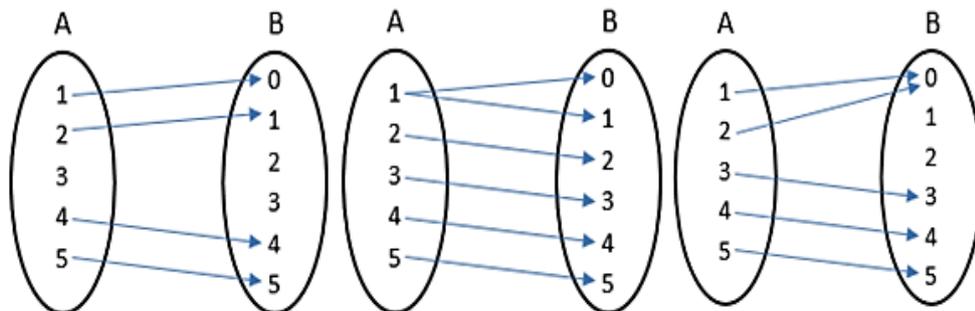
$f: A \rightarrow B$, que significa que a função f de A em B relaciona o elemento $x \in A$;

$x \rightarrow x - 1$, ao elemento $x - 1 \in B$.

Outra maneira de representá-la seria $f: A \rightarrow B$ tal que $f(x) = x - 1$. A expressão $f(x) = x - 1$ é chamada de lei de formação da função.

Vejam outras associações entre os elementos dos conjuntos A e B:

Figura 14 – Representação de função por meio de diagrama



Fonte: Elaborada pela autora

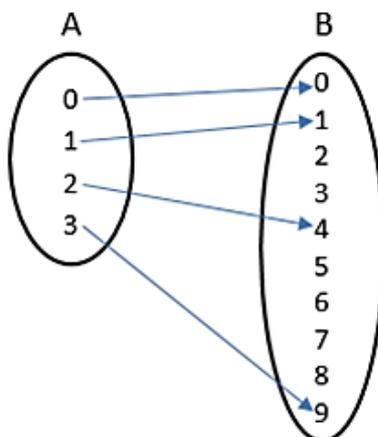
Veja que o primeiro exemplo não é uma função, pois o elemento ao elemento $3 \in A$ não foi associado elemento de B. O segundo exemplo também não é uma função, pois ao elemento $1 \in A$ foi associado mais de um elemento de B. Já o terceiro exemplo, é uma função, pois para cada elemento de A está associado um único elemento de B, mesmo que os elementos 1 e 2 de A estejam relacionados ao mesmo elemento de B, a cada um deles está associado somente um elemento, atendendo aos requisitos para ser uma função de A em B.

1.2 Domínio, contradomínio e imagem de uma função

Dada uma função $f: A \rightarrow B$, chamamos o conjunto A de domínio da função e o conjunto B de Contradomínio. A cada elemento $f(x) \in B$ associado a um elemento x de A chama-se imagem de x pela função f (LIMA, 2006). Ao conjunto formado por todas as imagens de x chamamos de conjunto imagem.

Dada a função $f: A \rightarrow B$ definida por $f(x) = x^2$, onde $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, temos que para cada elemento x foi associado o elemento x^2 . Representando essa função usando diagramas e flechas, temos:

Figura 15 – Domínio, contradomínio e imagem no diagrama



Fonte: Elaborada pela autora

Neste exemplo, o domínio da função é o conjunto A e o contradomínio, o B, que representamos por $D(f) = A$ e $CD(f) = B$, respectivamente. Observe que nem todos os elementos de B estão associados a elementos de A, ou seja, nem todos são imagens de algum elemento de A. Neste caso temos que 0 é imagem do 0, pois $f(0) = 0^2 = 0$, 1 é imagem do 1, pois $f(1) = 1^2 = 1$, 4 é imagem do 2, pois $f(2) = 2^2 = 4$ e 9 é imagem do 3, pois $f(3) = 3^2 = 9$. Assim, o conjunto imagem da função f é $Im(f) = \{0, 1, 4, 9\}$.

Uma função cujo domínio e o contradomínio são subconjuntos dos números reais é chamada de função real de variável real. Uma função fica bem definida quando é dado seu domínio, contradomínio e a lei que nos permite relacionar seus elementos. Quando não é dado o domínio da função, admitimos que ele seja o maior subconjunto de \mathbb{R} tal que a imagem de seus elementos também seja um subconjunto de \mathbb{R} .

Vejamos alguns exemplos:

EX: A função definida pela lei $f(x) = 3x + 1$, tem como domínio o conjunto dos números reais ($D(f) = \mathbb{R}$), pois $3x + 1$ é um número real para qualquer $x \in \mathbb{R}$ escolhido.

EX: Na função definida pela lei $g(x) = \frac{1}{x}$, temos que $\frac{1}{x}$ não está definido para $x = 0$, pois teríamos uma divisão por 0. Logo x não pode ser 0, e conseqüentemente, esse número não pertence ao domínio da função. Portanto temos $D(g) = \mathbb{R}^*$.

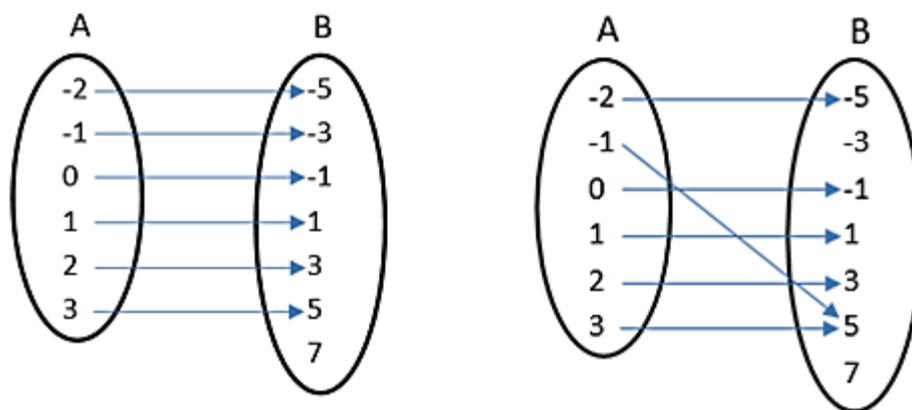
EX: Na função definida pela lei $h(x) = \sqrt{x}$, x não pode assumir valores negativos pois a raiz quadrada de um número negativo não é um número real. Assim, x pode assumir qualquer número real não negativo, ou seja, $D(h) = \mathbb{R}_+$.

1.3 Função injetiva, sobrejetiva e bijetiva

Uma função $f: A \rightarrow B$ é dita injetiva ou injetora quando para elementos $x \in A$ diferentes são associados elementos $f(x) \in B$ diferentes ($x_1 \neq x_2 \leftrightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$), ou seja, todos os elementos do domínio possuem imagens diferentes (JORGE, 2009).

Observemos as funções representadas nos diagramas abaixo:

Figura 16 – Análise de função injetiva



Fonte: Elaborada pela autora

Veja que, na primeira função para cada elemento diferente $x \in A$ está associado um elemento diferente $f(x) \in B$, sendo assim uma função injetiva. Já no segundo exemplo, os elementos -1 e 3 de A, embora sejam diferentes, apresenta a mesma imagem, $f(-1) = f(3) = 5$, e por isso, a função não é injetiva.

A função $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definida por $h(x) = x + 1$ é injetiva, pois números inteiros diferentes possuem sucessores diferentes.

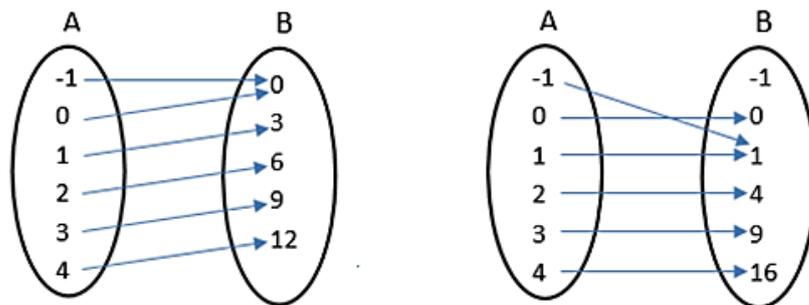
A função $g: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{Z}$ definida por $f(x) = \frac{1}{x}$ é injetiva, pois para $x_1 \neq x_2$, temos $f(x_1) = \frac{1}{x_1}$, $f(x_2) = \frac{1}{x_2}$ e $\frac{1}{x_1} \neq \frac{1}{x_2}$ (ao dividirmos o mesmo número por números diferentes, obtemos resultados diferentes).

A função $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $h(x) = x^2$ não é injetiva, pois, qualquer número real do domínio terá a mesma imagem que o seu oposto. Por exemplo, $2 \neq -2$ mas $h(2) = h(-2)$, pois $h(2) = 2^2 = 4$ e $h(-2) = (-2)^2 = 4$.

Uma função $f: A \rightarrow B$ é chamada de sobrejetiva ou sobrejetora quando para qualquer $y \in B$ existe pelo menos um $x \in A$ tal que y seja imagem de A ($\forall y \in B \mid y = f(x)$), ou seja, todo elemento do contradomínio é imagem de pelo menos um elemento do domínio (JORGE, 2009). Numa função sobrejetiva f , temos: $D(f) = \text{Im}(f)$.

Veja alguns exemplos usando diagramas:

Figura 17 – Análise da função sobrejetiva



Fonte: Elaborada pela autora

No primeiro exemplo, os elementos de B são imagens de algum elemento de A , o que caracteriza uma função sobrejetiva. Já no segundo exemplo, o elemento -1 do conjunto B não é imagem de nenhum elemento de A , portanto a função não é sobrejetiva.

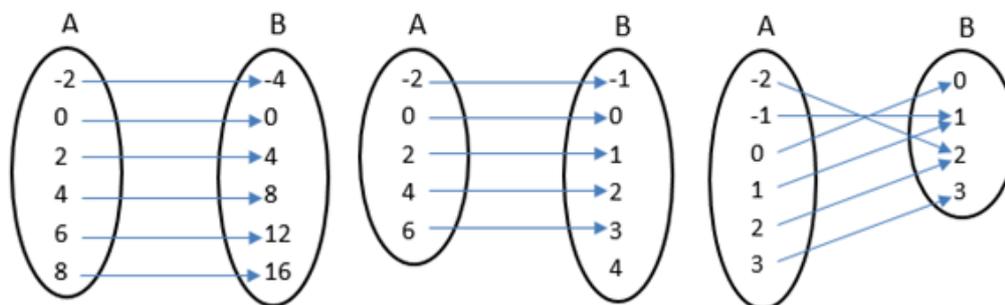
A função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 2x$ é sobrejetiva, pois qualquer número real é o dobro de outro número real.

A função $g: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x) = \frac{1}{x}$ não é sobrejetiva. Neste caso $0 \in \text{CD}(g)$, mas não é imagem de nenhum $x \in A$, pois zero não é inverso de nenhum número real.

Uma função $f: A \rightarrow B$ é chamada de bijetiva ou bijetora quando ela é simultaneamente injetiva e sobrejetiva. Podemos dizer que uma função é bijetiva se todo elemento $y \in B$ é imagem de um único $x \in A$ ($\forall y \in B, \exists^* x \in A \mid y = f(x)$) (JORGE, 2009).

Veja os exemplos:

Figura 18 – Análise da função bijetiva



Fonte: Elaborada pela autora

Observe que a primeira função é bijetiva, pois é injetiva, elementos diferentes de A tem imagens diferentes em B, e sobrejetiva, todos os elementos de B são imagens de algum elemento de A. Equivalentemente, temos que cada elemento de B é imagem de um único elemento de A, que é, uma outra forma de verificar se a função é bijetiva.

A segunda e terceira função não são bijetivas. A segunda é injetiva, porém não é sobrejetiva, pois há um elemento em B que não é imagem de nenhum elemento de A. Já a terceira, é sobrejetiva, mas não é injetiva, pois temos elementos diferentes de A com a mesma imagem em B.

A função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 5x$ é bijetiva, pois dois números reais distintos possuem quintuplos distintos (a função é injetiva) e todo número real é o quintuplo de um outro número real (a função é sobrejetiva).

A função $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x) = x^2 + 1$ não é bijetiva, pois não é injetiva, há elementos diferentes do domínio com a mesma imagem, nem sobrejetiva, pois há números reais que não são imagens de nenhum elemento do domínio.

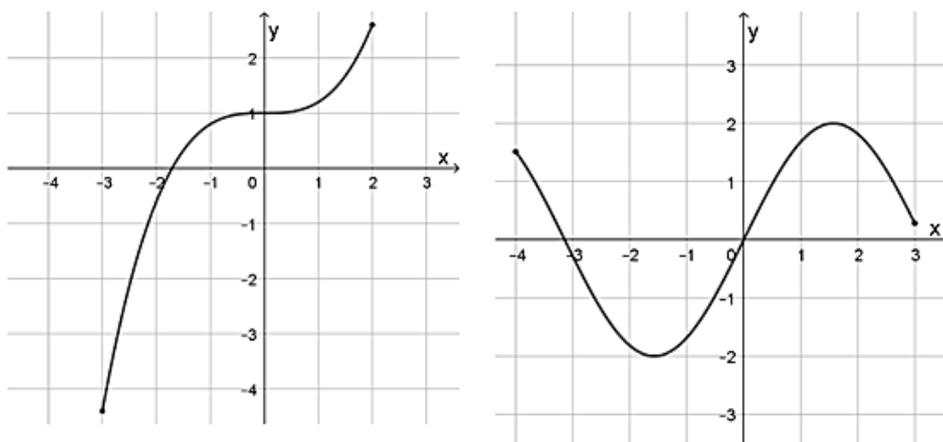
1.4 Gráfico de uma função

Podemos representar uma função no plano cartesiano. Tal representação é chamada de gráfico cartesiano ou simplesmente gráfico da função. O gráfico de uma função $f: A \rightarrow B$ é formada por todos os pontos do plano cartesiano cujas coordenadas são os pares ordenados (x, y) em que $x \in A$ e $y = f(x)$ (JORGE 2009), ou seja, o gráfico de uma função é formado por pontos cujas abscissas são elementos do domínio da função e as ordenadas, são as respectivas imagens desses elementos.

Pela definição de função para cada elemento x do domínio está associado um único elemento $f(x)$ do contradomínio. Assim, numa função não existem pontos com a mesma abscissa e ordenadas diferentes, pois isso significaria que, um mesmo elemento do domínio teria duas imagens distintas, contrariando a definição de função. Com isso, para verificarmos se um gráfico dado é gráfico de uma função, verificamos se qualquer reta paralela ao eixo y e que seja formada por pontos cujas abscissas pertencem ao domínio interceptam o gráfico em um único ponto (IEZZI, 2013). Se isto ocorrer, o gráfico em questão representa uma função. Se pelo menos uma destas paralelas tocar o gráfico em mais de um ponto, o gráfico não é de uma função, pois estes pontos terão a mesma abscissa e ordenadas diferentes, o que indica um valor do domínio com duas imagens.

Observe os gráficos abaixo. Veja que, no da esquerda, as abscissas dos pontos que pertencem ao gráfico variam de -3 a 2 e no da direita, variam de -4 a 3.

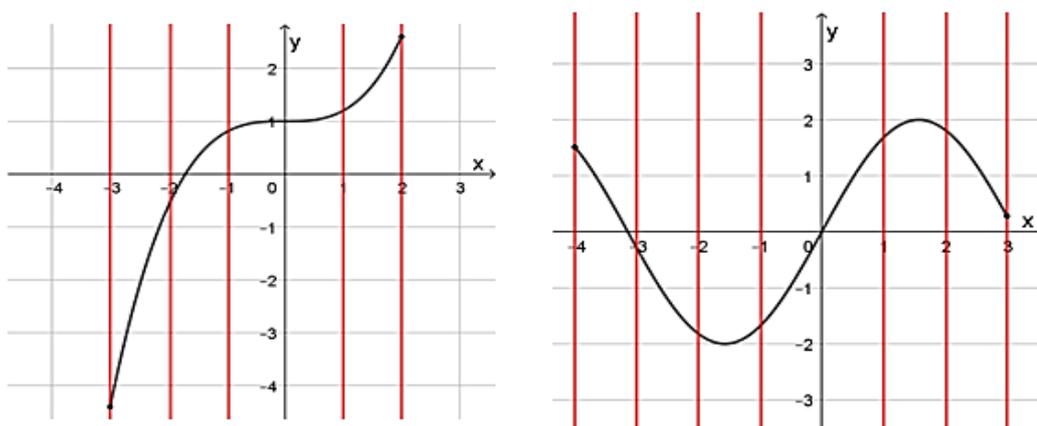
Figura 19 – Exemplos de gráficos que representam funções



Fonte: Elaborada pela autora

Agora, imagine retas paralelas ao eixo y que toquem o eixo x no intervalo de -3 a 2 , no gráfico da esquerda, e no intervalo de -4 a 3 no gráfico da direita. Veja que, cada uma das paralelas, em vermelho, só tocam os respectivos gráficos em um único ponto, conforme figuras abaixo.

Figura 20 – Análise de uma função

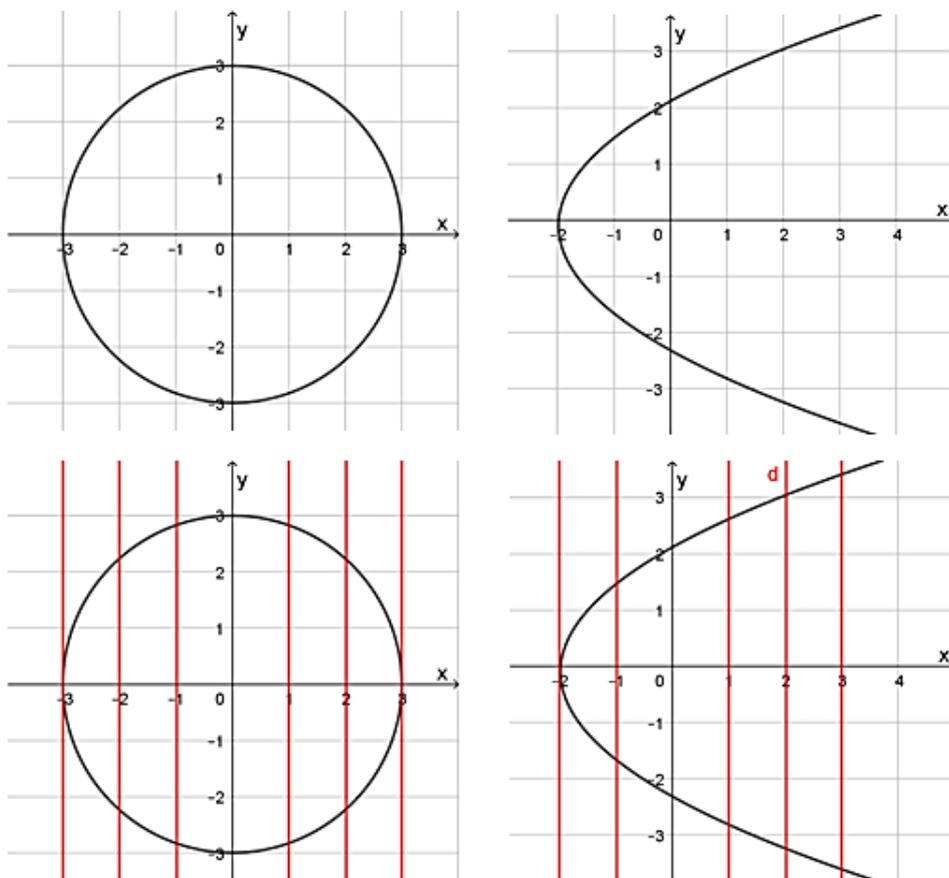


Fonte: Elaborada pela autora

Não existe, em nenhum dos dois casos, uma reta paralela ao eixo y que toque os gráficos em mais de um ponto. Logo, estes gráficos são gráficos de funções.

Agora, observe os gráficos abaixo e imagine retas paralelas ao eixo y como fizemos anteriormente.

Figura 21 – Exemplos de gráficos que não representam funções



Fonte: Elaborada pela autora

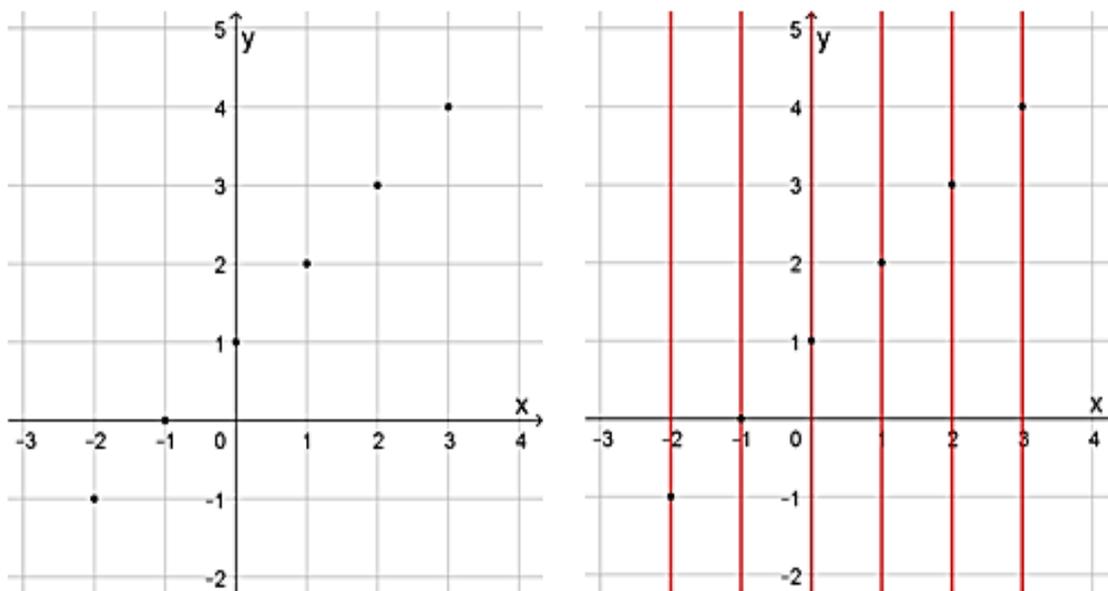
Observe que há retas que interceptam os gráficos em mais de um ponto. Nos dois casos, os dois gráficos não representam funções.

Agora, vejamos o que ocorre com o gráfico da função ao mudarmos seu domínio. Tomemos como exemplo a função definida por $f(x) = x + 1$.

Seja $f: A \rightarrow B$ definida por $f(x) = x + 1$, $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$. Só farão parte do gráfico da função os pontos cujas abscissas pertencem ao conjunto A (Domínio da função), e as ordenadas, são as imagens das abscissas. Assim, fazem parte do gráfico os pontos de coordenadas $(-2, -1)$, $(-1, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 2)$, $(2, 3)$ e $(3, 4)$. O conjunto imagem da função é $\text{Im}(f) = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$, que é o conjunto formado pelas ordenadas dos pontos que o formam o gráfico. Já o conjunto B (Contradomínio da função), pode ser qualquer conjunto que contenha o conjunto imagem. Nas figuras seguintes, à esquerda temos o gráfico da função e à direita temos o gráfico, retas paralelas ao eixo

y que interceptam o eixo x, no domínio da função, para mostrar que estas só tocam o gráfico em um único ponto, verificando que se trata do gráfico de uma função.

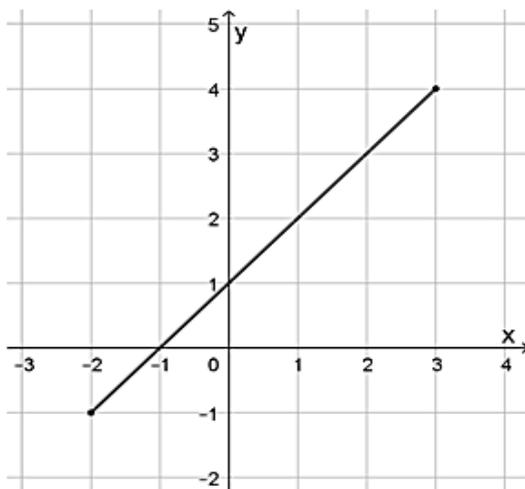
Figura 22 – Identificação de uma função



Fonte: elaborada pela autora

Agora, suponha que o domínio da função $f: A \rightarrow B$ definida por $f(x) = x + 1$, seja $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 3\}$ ou usando a simbologia de intervalo $A = [-2, 3]$. Neste caso, qualquer número real compreendido neste intervalo fará parte do domínio e o gráfico da função será um segmento com extremidades nos pontos com abscissas -2 e 3, pois para qualquer número real compreendido entre esses valores deve existir um ponto no gráfico.

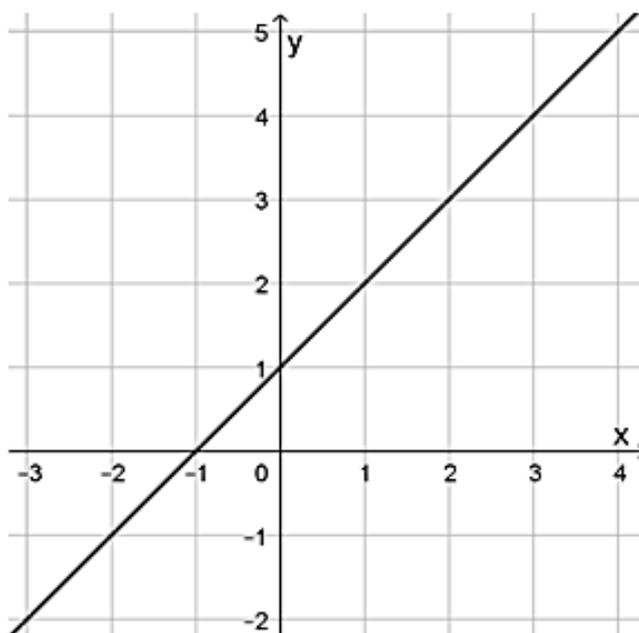
Figura 23 – Analisando o domínio da função 1



Fonte: Elaborada pela autora

Se o domínio da função fosse \mathbb{R} , o gráfico não seria limitado pelos pontos (-2, -1) e (3, 4), pois para todo número real deveria existir um ponto no gráfico. Neste caso, o gráfico da função seria a reta abaixo.

Figura 24 – Analisando o domínio da figura 2



Fonte: Elaborada pela autora

Assim, o fato do gráfico ser formado por pontos separados, linhas limitando ou não, com ou sem interrupções, dependerá do domínio da função.

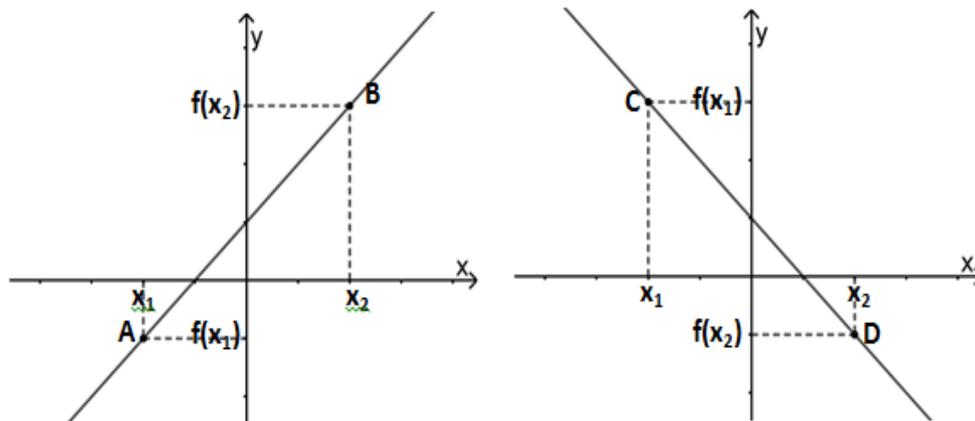
1.5 Função crescente e função decrescente

Dada uma função $f: A \rightarrow B$, dizemos que esta função é crescente, se para quais x_1 e x_2 pertencentes a A , com $x_2 > x_1$, tivermos $f(x_2) > f(x_1)$. Por outro lado, se para quaisquer x_1 e x_2 pertencentes a A , com $x_2 > x_1$, tivermos $f(x_2) < f(x_1)$, dizemos que a função é decrescente.

O fato de a função ser crescente nos diz que, à medida que vamos aumentando o valor atribuído a variável x , o respectivo valor de $f(x)$ também vai aumentando, ou seja, se o valor de x aumenta, $f(x)$ também aumenta. Se a função é decrescente, ao aumentarmos o valor de x , o respectivo valor de $f(x)$ diminui.

Veja os dois gráficos abaixo:

Figura 25 – Imagens de função crescente e decrescente



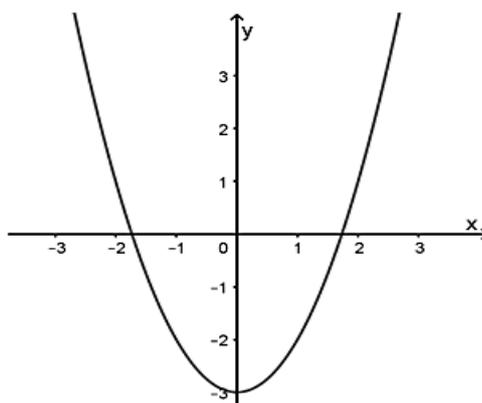
Fonte: Elaborada pela autora

Perceba que, no primeiro gráfico, comparando os pontos $A(x_1, f(x_1))$ e $B(x_2, f(x_2))$, temos que $x_2 > x_1$, pois o sentido em que os números vão aumentando no eixo x é da esquerda para direita e x_2 encontra-se à direita de x_1 . Em relação à $f(x_1)$ e $f(x_2)$, temos que $f(x_2) > f(x_1)$, pois no eixo y o sentido em que os números vão aumentando é de baixo para cima e $f(x_2)$ encontra-se acima de $f(x_1)$. Este gráfico é o gráfico de uma

função crescente. Analisando os pontos $C(x_1, f(x_1))$ e $D(x_2, f(x_2))$ no segundo gráfico, vemos que $x_2 > x_1$, pois x_2 está à direita de x_1 , e que $f(x_2) < f(x_1)$, pois $f(x_2)$ encontra-se abaixo de $f(x_1)$. Logo este gráfico é de uma função afim decrescente.

Numa mesma função podemos identificar intervalos onde ela é crescente e intervalos onde ela é decrescente. Veja o exemplo abaixo:

Figura 26 – Identificação dos intervalos de uma função crescente e decrescente



Fonte: Elaborada pela autora

Observe que, na parte onde x assume valores menores que zero, parte do gráfico à esquerda do eixo y , a função é decrescente, e na parte onde x assume valores maiores que zero, parte à direita do eixo y , a função é crescente.

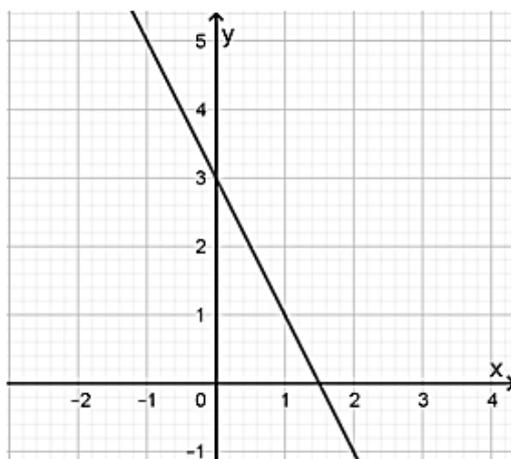
1.6 Algumas funções

1.6.1 Função Afim

É toda função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax + b$, com $a, b \in \mathbb{R}$ e para todo $x \in \mathbb{R}$ (LIMA, 2006). A função afim associa para cada número real x o número real $ax + b$, onde a e b são constantes reais. O gráfico de uma função afim é uma reta.

Vejamos o gráfico da função afim $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = -2x + 3$.

Figura 27 – Gráfico da função afim



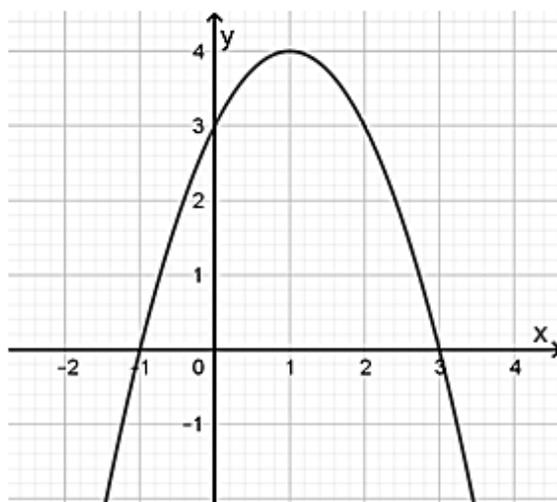
Fonte: Elaborada pela autora

1.6.2 Função quadrática

Qualquer função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ e para todo $x \in \mathbb{R}$ é chamada de função quadrática (LIMA, 2006). Essa função relaciona cada número real x com o número real $ax^2 + bx + c$, onde a, b , e c são constantes reais e $a \neq 0$.

O gráfico de uma função quadrática é uma curva chamada parábola. Veja o gráfico da função quadrática $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = -x^2 + 2x + 3$:

Figura 28 – Gráfico da função quadrática



Fonte: Elaborada pela autora

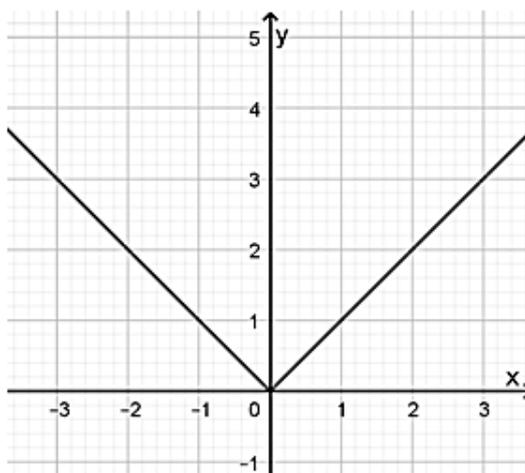
1.6.3 Função modular

É qualquer função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = |x|$ (JORGE 2009). Na função modular a cada número real é associado seu módulo. Pode ser representada da seguinte maneira:

$$f(x) = |x| \leftrightarrow f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Veja o gráfico dessa função:

Figura 29 – Gráfico da função modular



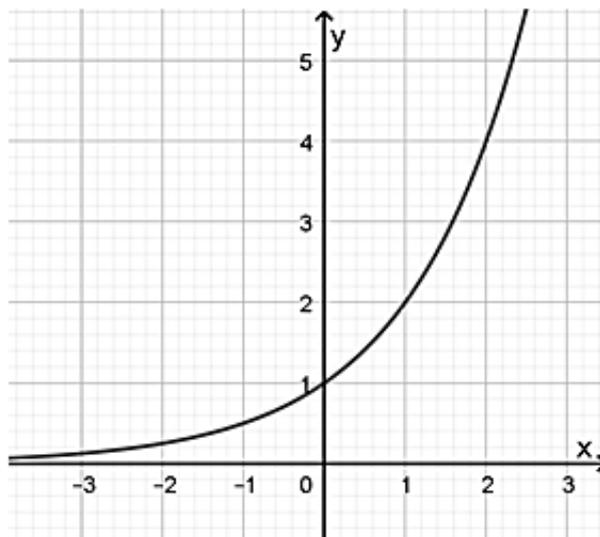
Fonte: elaborada pela autora

1.6.4 Função exponencial

Denominamos de função exponencial a toda função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = a^x$, com $a > 0$ e $a \neq 1$ (JPORGE, 2009). Numa função exponencial para cada número real x é associado o número real a^x , sendo a um número real positivo e diferente de 1.

Veja o gráfico da função exponencial $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 2^x$:

Figura 30 – Gráfico da função exponencial



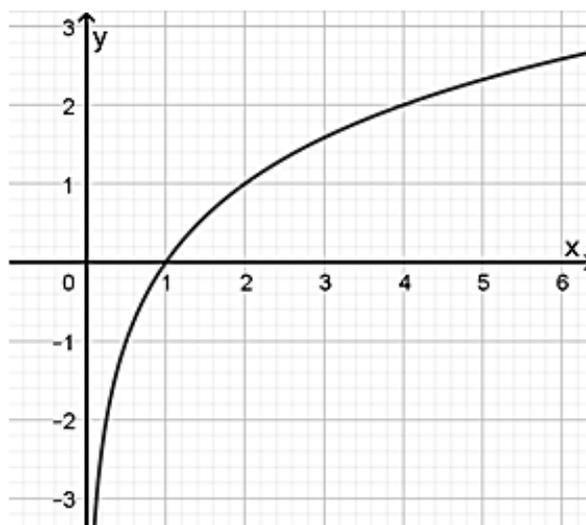
Fonte: Elaborada pela autora

1.6.5 Função logarítmica

Chama-se função logarítmica a função $f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \log_a x$, com $a > 0$ e $a \neq 1$ (JORGE 2009). Nesta função, a cada número real positivo é associado o número $\log_a x$.

Veja o gráfico da função logarítmica $f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $\log_2 x$:

Figura 31 – Gráfico da função logarítmica

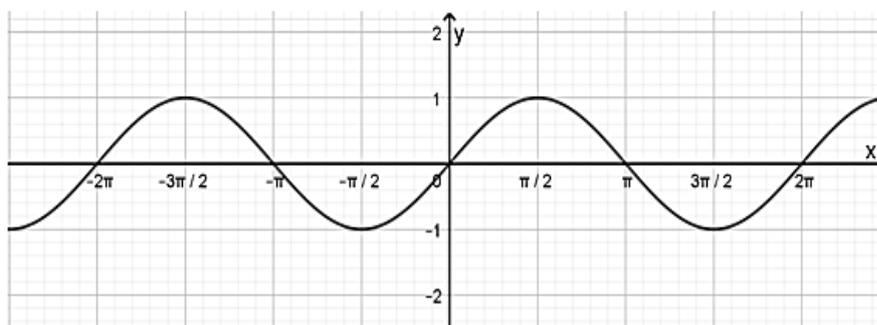


Fonte: Elaborada pela autora

1.6.6 Função seno

É a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \sin x$ (JORGE, 2009). Como $-1 \leq \sin x \leq 1$, temos que o conjunto imagem da função seno é $\text{Im}(f) = [-1, 1]$. Veja o gráfico dessa função:

Figura 32 – Gráfico da função seno

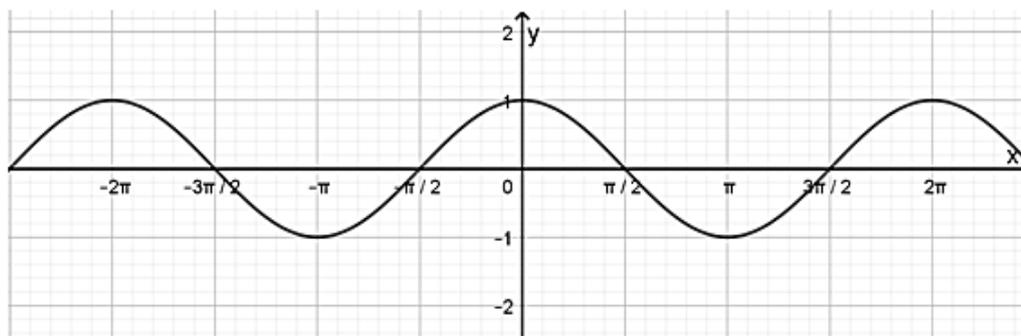


Fonte: Elaborada pela autora

1.6.7 Função cosseno

É a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \cos x$ (JORGE, 2009). Como $-1 \leq \cos x \leq 1$, temos que o conjunto imagem da função cosseno é $\text{Im}(f) = [-1, 1]$. Veja o gráfico dessa função:

Figura 33 – Gráfico da função cosseno

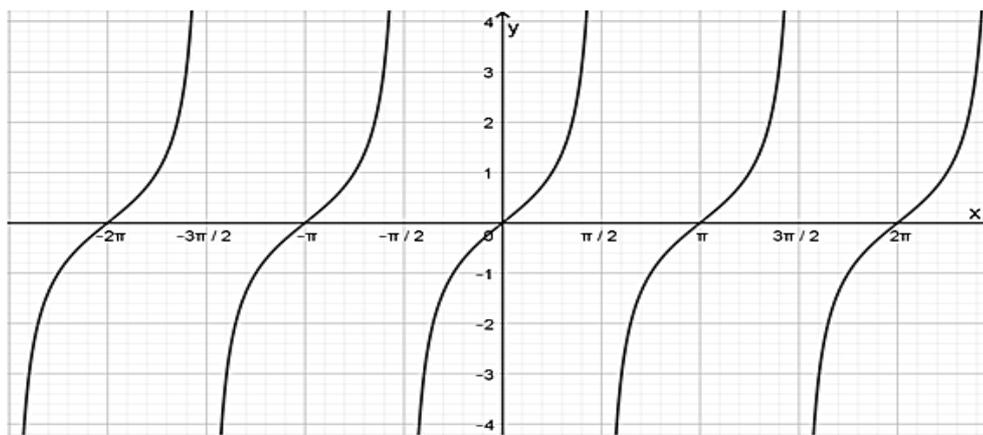


Fonte: Elaborada pela autora

1.6.8 Função tangente

É a função $f: \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \text{tg } x$ (JORGE, 2009). Veja o gráfico da função tangente, perceba que não há pontos com abscissas iguais a $\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$, pois a tangente não é definida para esses valores.

Figura 34 – Gráfico da função tangente



Fonte: Elaborada pela autora

É importante ressaltar que, os gráficos aqui apresentados foram construídos no GeoGebra, pois, é um programa matemático que trabalha com construções de figuras, gráficos, como também, no desenvolvimento de cálculo, tendo em vista, a evolução do conhecimento e ampliação da aprendizagem.

Entretanto, o estudo de funções é o caminho para outras interpretações e resoluções no campo da matemática, pois está liga diretamente a situação tanto prática enquanto teórica, promovendo e desenvolvendo habilidades, a cultura intuitiva e analítica compromissada com a formação escolar e humana.

ANEXO A – TERMO DE ANUÊNCIA OU AUTORIZAÇÃO PARA EXECUÇÃO DE PESQUISA – AUTORIZAÇÃO DA INSTITUIÇÃO ESCOLAR



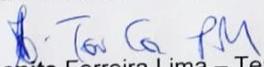
TERMO DE ANUÊNCIA DA INSTITUIÇÃO

Eu, ALBANITA FERREIRA LIMA – Tenente-Coronel PM da PMCE, Matrícula nº 109.897-1-X, inscrita no CPF nº 38095076368, na qualidade de responsável pelo 2º COLÉGIO DA POLÍCIA MILITAR CORONEL HERVANO MACÊDO JÚNIOR – 2ºCPM-CHMJ, no cargo COMANDANTE/DIRETORA, autorizo a condução do trabalho da pesquisadora “JOSEFA MARIA DA SILVA”, portadora do CPF 423.718.303-30, professora desta Instituição. Declaro o compromisso e a integridade da realização da pesquisa intitulada: **“SEQUÊNCIA DE ENSINO PARA O ESTUDO DE FUNÇÕES POR MEIO DA ESTRATÉGIA DE UM CURRÍCULO EM ESPIRAL NUMA ABORDAGEM MATEMÁTICA INVESTIGATIVA”**, cujo objetivo é contribuir para o processo de aprendizagem dos estudantes, por meio de ações pedagógicas de forma participativa, dialógica e construtiva de novos saberes, ressignificando o conhecimento para a promoção de ser no mundo, sendo caracterizada por um processo investigativo por descoberta. Assim, a teoria e prática, dialogarão com o contexto matemático e o meio que os estudantes estão inseridos. A proposta pesquisa visa corroborar e dinamizar o estudo de Função, levando em consideração a leitura, interpretação, construção e informação, através de uma estratégia de ensino que exprima valor e significado para produção do conhecimento.

É importante esclarecer que, não foi necessária a submissão da pesquisa ao Comitê de Ética da Universidade Regional do Cariri - URCA, pois resulta numa ação pedagógica.

Assim, declaro o comprometimento da referida pesquisadora na execução e aplicação da pesquisa.

Juazeiro do Norte/CE, 27 de outubro de 2021.


Albanita Ferreira Lima – Ten.-Cel QOPM
COMANDANTE DO 2º CPM-CHMJ
 M.F. 109.897-1-X

Albanita Ferreira Lima – Ten.-Cel QOPM
COMANDANTE DO 2º CPM-CHMJ
 MAT: 109.897-1-X
 D.O.E. 089 - 14/05/2019

2º Colégio da Polícia Militar Coronel Hervano Macêdo Júnior
 Avenida Castelo Branco, nº 401, bairro Santa Tereza. CEP 63.050-405, Juazeiro do Norte/CE
 INEP: 23165278 CNPJ (SEDUC): 07.954.514/0592-86 FONE: (88) 3102-1136
 E-MAIL: ajudancia.cpmchmj@gmail.com SITE: www.ccpm.ce.gov.br

ANEXO B – FICHA DE AVALIAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

IES:

Discente:

Título da Dissertação:

Orientador:

Coorientador (se houver):

FICHA DE VALIDAÇÃO DE PRODUTO/PROCESSO EDUCACIONAL (PE)

Complexidade - compreende-se como uma propriedade do PE relacionada às etapas de elaboração, desenvolvimento e/ou validação do Produto Educacional. *Mais de um item pode ser marcado.

() O PE é concebido a partir da observação e/ou da prática do profissional e está atrelado à questão de pesquisa da dissertação ou tese.

() A metodologia apresenta clara e objetivamente a forma de aplicação e análise do PE.

() Há uma reflexão sobre o PE com base nos referenciais teóricos e teórico-metodológicos empregados na respectiva dissertação ou tese.

() Há apontamentos sobre os limites de utilização do PE.

Impacto – considera-se a forma como o PE foi utilizado e/ou aplicado nos sistemas educacionais, culturais, de saúde ou CT&I. É importante destacar se a demanda foi espontânea ou contratada.

() Protótipo/Piloto não utilizado no sistema relacionado à prática profissional do discente.

() Protótipo/Piloto com aplicação no sistema Educacional no Sistema relacionado à prática profissional do discente.

Aplicabilidade – relaciona-se ao potencial de facilidade de acesso e compartilhamento que o PE possui, para que seja acessado e utilizado de forma integral e/ou parcial em diferentes sistemas.

PE tem características de aplicabilidade a partir de protótipo/piloto, mas não foi aplicado durante a pesquisa.

PE tem características de aplicabilidade a partir de protótipo/piloto e foi aplicado durante a pesquisa, exigível para o doutorado.

PE foi aplicado em diferentes ambientes/momentos e tem potencial de replicabilidade face à possibilidade de acesso e descrição.

Acesso – relaciona-se à forma de acesso do PE.

PE sem acesso.

PE com acesso via rede fechada.

PE com acesso público e gratuito.

PE com acesso público e gratuito pela página do Programa.

PE com acesso por Repositório institucional - nacional ou internacional - com acesso público e gratuito.

Aderência – compreende-se como a origem do PE apresenta origens nas atividades oriundas das linhas e projetos de pesquisas do PPG em avaliação.

Sem clara aderência às linhas de pesquisa ou projetos de pesquisa do PPG stricto sensu ao qual está filiado.

Com clara aderência às linhas de pesquisa ou projetos de pesquisa do PPG stricto sensu ao qual está filiado.

Inovação – considera-se que o PE é/foi criado a partir de algo novo ou da reflexão e modificação de algo já existente revisitado de forma inovadora e original.

PE de alto teor inovador (desenvolvimento com base em conhecimento inédito).

PE com médio teor inovador (combinação e/ou compilação de conhecimentos pré-estabelecidos).

PE com baixo teor inovador (adaptação de conhecimento(s) existente(s)).

Breve relato sobre a abrangência e/ou a replicabilidade do PE:

Assinatura dos membros da banca:

Presidente da banca: _____

Membros internos: _____

Membro externo: _____

Data da defesa: ____/____/____.

Fonte: Modelo extraído do artigo das autoras Rizzatti et. al (p. 12, 2020).

