

## Funções de Classe $C^l$

Bezerra, F.R.G<sup>1</sup>  
 Júnior, C.H.S<sup>2</sup>

Universidade Regional do Cariri- URCA  
 Av. Leão Sampaio S/N

Classe de Diferenciabilidade, Função Quociente, Polinômios Homogêneos, Polinômios Quase-homogêneos

### Introdução

As funções de classe  $C^l$ , são aplicações de  $\mathbb{R}^n$  em  $\mathbb{R}$  com estruturas de derivabilidade e continuidade agrupadas para uma quantidade  $l$  determinada. Discutiremos a classe de algumas funções e determinaremos em certas funções quocientes a sua classe.

### Results and Discussion

A determinação da classe de uma função é uma tarefa que envolve conhecimentos de continuidade e derivabilidade. A seguir discutiremos a classe de algumas funções.

$$A(x, y) = \frac{e^{x^4+y^4}}{x^2+y^2}$$

$$B(x, y) = \frac{y^4 \cos x}{x^2+y^2}$$

$$C(x, y) = \frac{x^5+yx^4}{x^2-xy+y^2} + P(x, y)$$

$$P(x, y) = \frac{4x^5+x^4y+x^3y^2}{-9x^2+2\sqrt{2}xy-8y^2}$$

$$D(x) = |x|^{2n+1}, n \in \mathbb{N}$$

$$E(x, y, z) = \frac{x^r+y^r+z^r}{x^{2n}+y^{2n}+z^{2n}}, r-2n \geq 2.$$

Analisando a função A percebemos que as suas derivadas parciais são contínuas, porém não se verifica a continuidade em (0,0) quanto a sua derivada parcial de segunda ordem com relação a x. Assim a função A é de classe  $C^1$ . Quanto a função D, todas as derivadas até a ordem  $2n$  são contínuas, mas

a derivada de ordem  $2n+1$  não existe. Assim teremos que D é uma função de classe  $C^{2n}$ . Já em B, temos uma função quociente, onde  $y^4 \cos x$  é analítica cuja filtração relativa a (1,1) é 4. A função do denominador é a função controle associada ao par acima e como  $4 \geq 2+1 \cdot 1+1$  temos que B é de classe  $C^1$ . Em E temos polinômios homogêneos com graus  $r$  e  $2n$ . Como  $x^{2n} + y^{2n} + z^{2n}$  restrito ao  $S^2$  é diferente de zero e  $r=2n+(r-2n-1)+1$  teremos que E é de classe  $C^{r-2n-1}$ . E finalmente a função C é de classe  $C^2$  pois o  $\partial$  de homogeneidade de  $x^5+yx^4$  é 5, o de  $4x^5+x^4y+x^3y^2$  também é 5 e as matrizes associadas a  $x^2-xy+y^2$  e  $-9x^2+2\sqrt{2}xy-8y^2$  possuem autovalores em pares de mesmo sinal.

### Conclusões

A fim de classificar uma função como de classe  $C^l$  é necessário e suficiente que esta admita  $l$  derivadas parciais com cada uma delas contínuas.

### agradecimentos

Gostaria de agradecer ao professor Dr. Carlos Humberto Soares Júnior pela orientação e sugestões apresentadas, que tornaram a abordagem do assunto mais agradável e acessível ao leitor e a FUNCAP pelo apoio financeiro.

M.A.Ruas & M.J.Saia.  $C^l$ -determinacy of weighted homogeneous Germs, Hokkaido Math.J., vol 26(1997), pp 89-99.

M.A.S.Ruas, on the degree of  $C^l$ -determinacy .Math.Scandinava, 59(1986), 59-70